

---

## Sezione 4.2: *Descrizione del percorso didattico*

---

### 4.2.2 Laboratorio: La simmetria assiale

**Tipologia:** attività laboratoriale in gruppi composti da un massimo di 5 alunni e utilizzo di schede predisposte.

**Obiettivo didattico:** Studiare le proprietà della simmetria assiale, saper costruire e disegnare figure simmetriche, comprendere il significato di isometria, invarianti, figure direttamente e inversamente congruenti.

**Materiali:** schede preparate per gli studenti, cartoncini colorati di forma quadrata (6 a testa), carta traslucida (1 a testa).

**Durata:** 2 ore.

#### **Descrizione dell'attività:**

Dopo le prime attività che permettono agli studenti di familiarizzare con il concetto di simmetria e in particolare di asse di simmetria interno alla figura, si propone di analizzare le proprietà della simmetria assiale mantenendo comunque un approccio operativo.

#### **FASE 1**

Prima di tutto viene proposta ai ragazzi una scheda in cui si chiede di immaginare di piegare a metà un foglio quadrato, di effettuare dei fori con l'apposita macchinetta e di prevedere la situazione che si presenta quando il foglio viene riaperto. Nella prima scheda viene proposta un'unica piegatura del foglio mentre nella seconda l'esercizio viene complicato chiedendo di piegare il foglio nuovamente a metà come riportato in allegato. Queste attività sono da eseguirsi in prima istanza senza il supporto concreto impegnando così gli allievi nell'esercizio delle loro facoltà di astrazione. Successivamente, si potrà chiedere di eseguire concretamente le piegature e i fori per verificare le risposte date. Le capacità che entrano in gioco in questa attività sono molte e tutte da potenziare: osservazione, analisi, confronto, riflessione, sintesi.

I punti ottenuti nella maniera descritta sono simmetrici rispetto alla piegatura del foglio, essi si corrispondono in una simmetria assiale. In questo modo i ragazzi vedono un altro modo, oltre agli specchi, di ottenere punti o figure simmetriche. Questi esercizi permettono, inoltre, di far riflettere i ragazzi sul fatto che la simmetria assiale è una corrispondenza biunivoca tra i punti: ad ogni foro che si trova, infatti, in una delle due parti del foglio corrisponde uno e un solo foro nell'altra parte. La realizzazione concreta dei fogli bucati oltre che per la verifica è utile per lo svolgimento dell'attività successiva in cui vengono analizzate le proprietà delle figure simmetriche con asse di simmetria esterno.

#### **FASE 2**

Si invitano gli studenti a considerare il foglio 3 forato precedentemente seguendo le indicazioni in figura e a chiamare le coppie di punti corrispondenti

---

 Sezione 4.2: *Descrizione del percorso didattico*


---

con  $A$  e  $A'$ ,  $B$  e  $B'$ ,  $C$  e  $C'$ . Collegando tra di loro i punti  $A$ ,  $B$ ,  $C$  da un lato e  $A'$ ,  $B'$ ,  $C'$  dall'altra si ottengono due figure che i ragazzi devono individuare. Attraverso l'osservazione dei triangoli simmetrici così ottenuti, è possibile effettuare le prime scoperte sulle proprietà di questa corrispondenza per giungere, poi, alla definizione di figure simmetriche rispetto ad una retta.

Gli allievi, prima di tutto, devono notare che effettuando una simmetria assiale non cambia la forma delle figure ma solo la loro posizione nel piano. Inoltre, la figura simmetrica è congruente a quella di partenza e più precisamente è inversamente congruente. Si auspica che i ragazzi giungano tramite l'osservazione e l'applicazione delle conoscenze pregresse ad affermare che i due triangoli sono congruenti provando, come anche suggerito, a ricalcare la figura di partenza sul foglio traslucido e sovrapponendola poi a quella simmetrica.

Maggiormente guidata è invece la constatazione che tali figure sono inversamente congruenti. Si chiede, infatti, di provare a sovrapporre i due triangoli senza mai uscire dal piano che li contiene. Di fronte all'impossibilità di fare ciò, i ragazzi devono comprendere che è necessario uscire dal piano e devono provare ad analizzare il tipo di movimento che deve essere effettuato per sovrapporli. In supporto a questo, l'insegnante può proporre un semplice meccanismo formato da un telaio e da un foglio di plexiglass che permette di visualizzare in maniera chiara e immediata che per ottenere una simmetria assiale si deve ribaltare la figura ovvero ruotarla nello spazio di  $180^\circ$  attorno all'asse di simmetria.

Come indicato sulle schede i ragazzi, al termine della fase osservativa, dovrebbero giungere ad una personale definizione di figure inversamente congruenti che verrà poi discussa con l'insegnante e il resto della classe. Un esempio che può essere proposto per chiarire questo concetto è quello delle mani. La mano destra e la mano sinistra appoggiate su un piano rappresentano due figure inversamente congruenti, infatti, per farle combaciare, è necessario fare un movimento che esce dal piano.

Collegato a questo è possibile far notare come si comportano i versi di percorrenza dei contorni di due poligoni simmetrici, per esempio quelli dei due triangoli già disegnati, e si può, quindi, ribadire che la simmetria assiale è una isometria inversa cioè cambia l'orientamento del piano.

### FASE 3

Dopo aver analizzato le proprietà delle figure simmetriche, si passa allo studio delle proprietà dei punti simmetrici facendo uso dello stesso foglio considerato in precedenza. Quello che i ragazzi dovrebbero capire è che ad ogni punto di un semipiano corrisponde un punto nell'altro semipiano, che punti distinti vanno in punti distinti, che fissato un punto di arrivo, è possibile risalire al punto di partenza, che un punto dell'asse di simmetria corrisponde a se stesso.

Sezione 4.2: *Descrizione del percorso didattico*

È bene che i ragazzi pongano prima di tutto l'attenzione su una coppia di punti corrispondenti per esempio  $A$  e  $A'$ . Dopo aver tracciato il segmento che congiunge  $A$  con  $A'$  e aver indicato con  $M$  il punto di intersezione di  $AA'$  con l'asse di simmetria, i ragazzi vengono invitati a studiare quali sono le condizioni di simmetria di due punti  $A$  e  $A'$  rispetto ad una retta  $r$ . Utilizzando gli strumenti opportuni, gli alunni giungono alla caratterizzazione dei punti simmetrici per la coppia considerata:  $A$  e  $A'$  sono alla stessa distanza da  $r$  e la retta che passa per  $A$  e  $A'$  è perpendicolare alla retta  $r$ . Si può quindi concludere che la retta  $r$  è asse del segmento  $AA'$  avendo le proprietà viste al termine del laboratorio 4.2.1. Successivamente, viene riconosciuto che anche le altre coppie di punti presentano queste proprietà. Si presuppone che i ragazzi abbiano già incontrato il concetto di perpendicolarità fra rette e che quindi, tramite la piegatura della carta o con gli strumenti da disegni, riconoscano immediatamente questa relazione tra i segmenti.

Il passaggio dalla fase manipolativa al concetto di simmetria assiale risulta piuttosto delicato. Infatti, non è banale far capire ai ragazzi che gli assi di simmetria non sono proprietà proprie delle figure, ma che interviene sempre una simmetria assiale che coinvolge tutto il piano. Proprio per questo motivo si chiede anche di considerare una coppia generica di punti corrispondenti non appartenenti ai triangoli e anche un punto sull'asse di simmetria. Gli alunni giungeranno, quindi, gradualmente ad una definizione più rigorosa di simmetria assiale: data una retta  $r$ , la simmetria assiale di asse  $r$  è una corrispondenza del piano in sé che lascia fissi tutti i punti di  $r$  e che ad ogni punto  $P$  del piano, esterno ad  $r$ , fa corrispondere il punto  $P'$  tale che la retta  $r$  sia perpendicolare al segmento  $PP'$  e lo tagli nel suo punto medio.

**FASE 4**

Si prevede, quindi, una breve fase in cui gli alunni si esercitano nella costruzione di figure simmetriche prima su foglio quadrettato e assi di simmetria convenzionali ortogonali ai lati del foglio e poi su foglio bianco e assi di simmetria obliqui. La definizione potrà essere di guida alla ricerca, punto per punto, delle figure simmetriche di figure date. Succede, infatti, che l'alunno, alle prese con la costruzione del simmetrico, tenga conto di una sola delle condizioni: o solo la perpendicolarità, o solo la distanza. Per rafforzare ulteriormente questo concetto, viene anche richiesto di descrivere a parole il procedimento seguito per effettuare la costruzione e di stabilire se questo è valido in generale per tutte le figure.

Nella fase finale di questo laboratorio si prevede che i ragazzi individuino altri aspetti importanti relativi alla simmetria assiale tramite l'analisi di coppie di figure simmetriche e grazie alla guida dell'insegnante. Gli alunni possono notare che la simmetria assiale è involutoria cioè che se  $A'$  è il simmetrico di  $A$  rispetto alla retta  $r$  allora il punto  $A$  è il simmetrico di  $A'$  rispetto a  $r$  e così anche per gli altri punti. Può anche essere utile effettua-

---

*Sezione 4.2: Descrizione del percorso didattico*

---

re delle misure di lunghezze e angoli di figure che si corrispondono in una simmetria assiale per capire cioè quali sono gli invarianti. È importante che i ragazzi sperimentino concretamente che i lati e gli angoli corrispondenti sono uguali. Si introduce, quindi, il termine isometria o trasformazione isometrica. I ragazzi possono comprendere il significato di questo nuovo termine partendo dalla sua etimologia *isos* → uguale, *metro* → misura per poi giungere alla sua definizione come una corrispondenza tra figure nella quale sono congruenti i segmenti corrispondenti e gli angoli corrispondenti.