
Sezione 4.2: Descrizione del percorso didattico

4.2.4 Laboratorio: La rotazione 2

Tipologia: attività laboratoriale prima a coppie e poi in gruppo.

Obiettivo didattico: comprendere che la rotazione è ottenuta dalla composizione di due riflessioni rispetto ad assi di simmetria tra loro incidenti, saper individuare l'ordine di rotazione e l'angolo minimo di figure assegnate, saper classificare i poligoni regolari.

Materiali: schede preparate per gli studenti, specchi a libro, fogli con stampato un goniometro, oggetti vari (alcuni simmetrici, altri asimmetrici), specchi, carta traslucida.

Durata: 2 ore

Collocazione: questo laboratorio è una possibile continuazione delle attività sulle rotazioni precedentemente descritte. È stato proposto alla classe II B di Povo 5.1.5 e alle classi seconde di Vigolo Vattaro 6.2

Descrizione dell'attività:

FASE 1: usiamo ora gli specchi

Si è pensato di continuare lo studio delle rotazioni tramite una attività che richiede l'utilizzo degli specchi a libro ovvero delle coppie di specchi incidenti ad apertura variabile. Per ottenerli è possibile attaccare tra di loro due specchi con lo scotch in modo che le due superfici riflettenti abbiano un lato in comune. L'utilizzo di questi oggetti particolari permette di stimolare l'interesse degli alunni e di guidarli all'operazione di composizione di simmetrie con assi incidenti. Gli specchi a libro esercitano, infatti, un fascino particolare sui ragazzi che saranno, quindi, motivati a svolgere questa attività laboratoriale. Questo farà anche sì che essi sviluppino un atteggiamento positivo nei confronti della matematica in generale.

L'attività inizia chiedendo ai ragazzi di collocare tra i due specchi una monetina o qualsiasi altro oggetto simmetrico. È, infatti, importante che in questa prima fase gli alunni non pongano troppa attenzione al fatto che l'oggetto viene riflesso dagli specchi ma si concentrino essenzialmente sul fatto che esso subisce una rotazione di un angolo pari all'apertura tra gli specchi.

Dopo un primo momento di sperimentazione libera in cui gli alunni notano che la monetina viene moltiplicata da questo meccanismo, si passa ad una fase di osservazione maggiormente guidata dalle domande presenti sulla scheda. Si chiede, innanzitutto, cosa osservano, quale 'operazione' ha subito la monetina. Gli studenti si dovrebbero accorgere che gli specchi incidenti riproducono la monetina producendo delle copie identiche a quella originale, collocate su una circonferenza ed equidistanti tra di loro. Ricordando, inoltre, quanto visto durante la lezione precedente, dovrebbero notare che le monete riflesse hanno subito una rotazione rispetto all'originale. In questo modo è possibile riprendere il concetto di rotazione, mettendo in evidenza

Sezione 4.2: *Descrizione del percorso didattico*

ciò che la caratterizza ovvero l'angolo di rotazione che in questo caso è pari a multipli dell'apertura tra gli specchi, il centro di rotazione corrispondente a punto di intersezione tra i due specchi e il piano in cui giace la moneta e, infine, il verso di rotazione.

Dopo aver considerato il caso con apertura costante, si chiede di variare l'angolo tra gli specchi e di stabilire cosa accade quando si aumenta o si diminuisce l'apertura tra gli specchi e se le immagini ottenute sono sempre complete. È interessante, infatti, che gli alunni notino, alla luce anche delle osservazioni precedenti, che si ottengono delle immagini intere solamente per quegli angoli che sono sottomultipli dell'angolo giro. Questo è certamente un esercizio molto interessante che richiede di effettuare dei ragionamenti profondi.

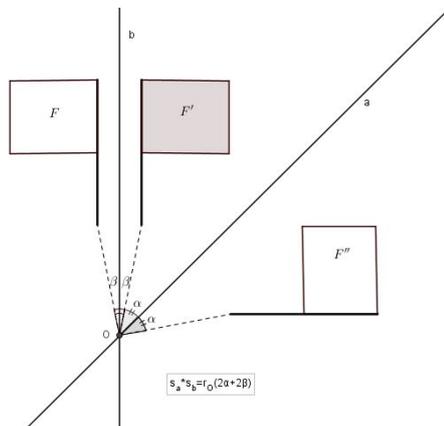
A partire da questo si domanda quante sono le immagini delle monetine corrispondenti a determinati angoli. I ragazzi completano la tabella presente sulle schede che permettono di mettere in relazione l'angolo di apertura tra gli specchi e il numero di oggetti osservati oltre l'originale. Questa analisi può essere facilitata fornendo agli alunni un foglio su cui è riportato un goniometro. Si chiede quindi di individuare la relazione che lega il numero di oggetti visibili (n) con l'apertura degli specchi α . Per trovare il numero di immagini è sufficiente dividere l'angolo giro per l'ampiezza dell'angolo. Tramite questa richiesta si avviano gli studenti ad un processo di generalizzazione che permette di affinare le capacità di ragionamento e di astrazione. Un interessante aggancio potrebbe consistere nella rappresentazione grafica dei dati raccolti nel quale mettere in evidenza la proporzionalità inversa tra il numero di oggetti e l'apertura tra gli specchi.

Si prosegue, quindi, riprendendo il fiocco di neve costruito nel laboratorio precedente vedi 4.2.3. Si invitano gli studenti ad individuare quale 'spicchio' del fiocco di neve bisogna inserire tra gli specchi per ottenere l'immagine completa. Si prevede che i ragazzi inizialmente sviluppino delle ipotesi e che riflettano sul problema e poi che le verifichino concretamente usando gli specchi a libro e la parte scelta del fiocco di neve. Gli studenti dovrebbero, in particolare, individuare un modulo minimo che si ripete uguale a se stesso per rotazione, andando a formare il fiocco di neve intero e che consente di affermare che il fiocco presenta una simmetria radiale o raggiata. Dovrebbero, inoltre, mettere in evidenza che metà di questo modulo è presente nel fiocco di neve sia riflesso che ruotato. Questo dovrebbe emergere dalla domanda in cui si richiede di spiegare il funzionamento degli specchi a libro e dell'effetto da loro prodotto. In questo caso è possibile proporre di inserire tra gli specchi un oggetto asimmetrico in modo da mettere in evidenza il fatto che entrambi generano, come visto nel laboratorio Simmetria e specchi 4.2.1, l'immagine simmetrica. In pratica questo meccanismo produce l'effetto degli specchi che si specchiano l'uno nell'altro: è l'effetto caleidoscopio.

Trattandosi di concetti piuttosto delicati, l'insegnante può proporre alla

Sezione 4.2: *Descrizione del percorso didattico*

lavagna un esempio-esercizio chiarificatore che i ragazzi possono svolgere sul loro quaderno per poi verificarlo con gli specchi e la bandierina utilizzata nel laboratorio precedente.



Si propone il disegno di una bandierina collocata tra due specchi incidenti con apertura di 45° . Quello che i ragazzi dovranno fare sarà rappresentare sul foglio le diverse bandierine ottenute con questo meccanismo, effettuando, quindi, le corrette riflessioni rispetto agli assi individuati dagli specchi. Disegnando e ragionando sulle diverse posizioni delle bandierine, gli alunni dovrebbero osservare come esse si alternano riflesse e ruotate come è possibile vedere dall'immagine.

Ragionando anche sugli angoli, si giunge, quindi, a concludere che effettuando su una figura due riflessioni aventi assi incidenti, si ottiene una rotazione dell'immagine pari al doppio dell'angolo tra gli specchi.

FASE 2: simmetria bilaterale e rotazionale dei fiori

Dopo che i ragazzi hanno fatto esperienza delle rotazioni come composizioni di riflessioni tramite gli specchi a libri, si prevede una fase di consolidamento dei concetti visti consistente nel completamento di una apposita tabella in cui vengono analizzate le rotazioni e le simmetrie bilaterali di alcuni fiori. Questo esercizio permette anche di stabilire se i ragazzi hanno compreso quanto visto in precedenza. Nel caso in cui emergano delle difficoltà, gli studenti possono far uso di specchi o della carta traslucida per riprodurre il meccanismo utilizzato per studiare le rotazioni. La manipolazione e lo studio delle figure può costituire per l'allievo un ulteriore stimolo utile ad incentivare la comprensione e l'interesse allo studio. Nella scelta dei fiori si è cercato di proporre una panoramica più variegata possibile. Sono stati selezionati fiori con diversi numeri di assi di simmetria e ordine di rotazione che permettano di far riflettere gli alunni sulle diverse casistiche che si possono presentare. Si può osservare che in alcuni casi il numero di rotazione coincide con il numero di assi di simmetria ma non sempre, infatti, possono esserci delle figure prive di assi di simmetria ma con ordine di rotazione diverso da 1.

Anche in questa circostanza è bene che i ragazzi osservino che in natura nulla è perfettamente simmetrico e che, quindi, siano consapevoli che nello svolgimento di questo compito vengono fatte delle approssimazioni.

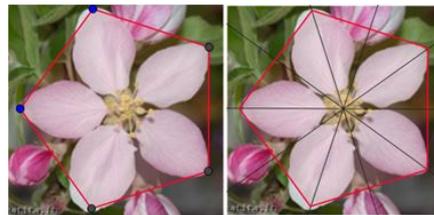
FASE 3: simmetria bilaterale e rotazionale dei poligoni

Si passa così in maniera naturale allo studio delle simmetrie assiali e di rotazione dei poligoni. Viene proposta, anche in questo caso, una tabella contenente alcuni poligoni regolari e alcuni quadrilateri che dovranno essere analizzati seguendo lo stesso schema dei fiori. Si richiede, prima di tutto, di indicare il numero di lati e il nome del poligono considerati in modo tale che si richiami la terminologia corretta. Successivamente vengono indicati il numero di assi di simmetria e a quale oggetto geometrico corrispondono, l'ordine di rotazione e l'angolo minimo. Questa attività, quindi, oltre che permettere di ripassare i nuovi argomenti proposti nel percorso didattico, fa sì che vengano ripresi e applicati anche altri concetti geometrici importanti.

Si è pensato di collegare questa attività con quella precedente chiedendo ai ragazzi di mettere in evidenza la relazione che sussiste tra i fiori e i poligoni analizzati. In particolare si chiede di provare a inscrivere i fiori all'interno dei poligoni della tabella precedente.

Alcuni fiori sembrano, infatti, "iscrivibili" con una certa approssimazione in poligoni regolari, come ad esempio il fiore di melo che è iscrivibile in un pentagono regolare, vedi la seguente immagine. Entrambi possiedono 5 assi di simmetria e una rotazionale di ordine 5, ossia è possibile far ruotare le figure attorno al centro trovando 5 sovrapposizioni.

Fonte immagini: www.matematita.it



Partendo da questo esercizio è possibile approfondire anche l'inscrivibilità e la circoscrivibilità.

Partendo dalla tabella compilata e tramite l'ultima scheda, gli studenti sono invitati ad individuare una caratterizzazione dei poligoni regolari a partire dalla simmetria rotazionale, ovvero, si riconoscono poligoni regolari quelli che, sotto rotazione, in un giro completo, coincidono con se stessi un numero di volte pari al numero dei lati. Questa sarà una alternativa alla definizione 'tradizionale' di poligono regolare che prevede che sia i lati sia gli angoli siano tutti uguali tra loro, cioè che il poligono sia contemporaneamente equilatero ed equiangolo.

È bene che i ragazzi distinguano anche i casi in cui il poligono regolare presenti un numero pari o dispari di lati. Nel primo caso metà degli assi di simmetria coincidono con le diagonali della figura e l'altra metà alle mediane ovvero a quei segmenti con uniscono i punti medi di due lati opposti. Nel secondo caso, invece, gli assi passano per ogni vertice e il punto medio dello spigolo opposto. Per capire che effettivamente i poligoni regolari si differenziano dagli altri per queste proprietà di simmetria e rotazione si è pensato di inserire nella tabella due esempi di poligoni non regolari.

Per concludere il discorso, è anche interessante chiedere ai ragazzi cosa accade ai poligoni regolari quando si aumentano sempre di più i lati arrivando quindi al caso limite del cerchio