



Scheda di lavoro 2: file Problema del doppio strato

Un bambino che sta giocando sulla spiaggia non trova più la sua mamma e scoppia a piangere. La mamma, che sta facendo il bagno in mare, sentendo suo figlio piangere vuole raggiungerlo nel minor tempo possibile. Quale tragitto le conviene percorrere, sapendo che la velocità con cui nuota in mare è minore della velocità con cui corre sulla spiaggia?

Consideriamo un sistema di riferimento cartesiano tale che:

- L'asse delle ascisse coincida con la linea di separazione tra mare e spiaggia
- La mamma occupi il punto di coordinate $A(0,a)$
- Il bambino occupi il punto di coordinate $B(b,-a)$
- Il punto in cui la mamma passa dal mare alla spiaggia sia $S(x,0)$

Supponiamo che la mamma nuoti in mare con velocità v_1 e corra sulla spiaggia con velocità v_2 tale che $v_1 < v_2$.

Seleziona il *tempo*. In rosso è disegnato il grafico della funzione

$$T(x) = \frac{AS}{v_1} + \frac{SB}{v_2} = \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{v_1} + \frac{\sqrt{a^2+(b-x)^2}}{v_2}.$$

1. Esiste un valore di x per il quale $T(x)$ è minimo?

Seleziona la *tangente*: appare la retta tangente al grafico di T nel punto rosso $(x, T(x))$.

2. Descrivi il segno della pendenza della retta tangente al variare di S .

Seleziona ora il grafico della *pendenza* della retta tangente e verifica la correttezza delle risposte precedenti.

3. Sposta il punto S nella posizione che minimizza il tempo: che valore assume in questo caso la pendenza?

4. Puoi affermare che esiste un unico punto di sbarco ottimale?

Seleziona infine la *condizione di brachistocrona*. Muovi il punto S ed osserva come cambiano i rapporti in blu e in rosso.

5. Cosa succede a tali rapporti quando S si trova nella posizione che minimizza il tempo?
