



Cenni di storia della cicloide

La cicloide è la curva descritta da un punto su una circonferenza che rotola su una retta senza strisciare. Essa è una delle curve più affascinanti della geometria, tanto che in letteratura matematica è spesso chiamata *la bella Elena della matematica* o *pomo della discordia* per sottolineare la sua bellezza estetica e le sue numerose proprietà e allo stesso tempo per ricordare che è stata oggetto di numerose dispute tra matematici. Stranamente questa curva venne ignorata nell'antichità greca e venne studiata soltanto a partire dal XVII secolo. Il merito di aver immaginato e studiato per primo questa curva è attribuito a Galileo Galilei, che riprese tale curva da Nicola Cusano nel suo studio sul disegno delle arcate dei ponti e la battezzò col nome di cicloide. Il nome cicloide deriva dal greco *kỳkloeidès*: *kỳklos* significa "cerchio" e *oeidès* significa "forma", cioè "fatto da un cerchio".

*Quella curva arcuata sono più di cinquant'anni che mi venne in mente
il descriverla, e l'ammirai per una curvità graziosissima per adattarla
agli archi di un ponte.*

Galileo Galilei.

Dopo Galileo, i più grandi matematici del XVII secolo studiarono la cicloide e scoprirono numerose proprietà: B. Pascal (1623-1662), R. Cartesio (1596-1650), G. Roberval (1602-1675), E. Torricelli (1608-1647), P. de Fermat (1601-1665), C. Huygens (1629-1695), Jacob Bernoulli (1654-1705) e Johann Bernoulli (1667-1748), G. W. Leibniz (1646-1716), I. Newton (1642-1727).

Tra le sfide riguardanti questa curva, e le successive proteste sulla priorità e la correttezza delle scoperte, ricordiamo quella lanciata da Pascal. Si racconta che lui scoprì numerose proprietà della cicloide, che lui chiamava *roulette*, durante una notte insonne a causa di un mal di denti. Così racconta suo fratello:

La recrudescenza dei mali di mio fratello cominciò con il mal di denti che gli tolse completamente il sonno. Ma in qual modo uno spirito come il suo avrebbe potuto stare sveglio e non pensare a niente? È per questo motivo che proprio durante le insonnie, così frequenti e affaticanti, gli balenarono una volta alcuni pensieri sulla cicloide. La prima idea fu seguita da una seconda e la seconda da una terza; e infine una moltitudine di pensieri succedentisi gli uni agli altri. Essi si rivelarono, quasi suo malgrado, la dimostrazione della cicloide, del che fu egli stesso sorpreso. Ma poiché da molto tempo aveva rinunciato a tutte queste cose, non pensò minimamente di scrivere nulla. Tuttavia, avendone parlato ad una persona [...], questa persona concepì intorno a questa scoperta un progetto che concerneva solo la gloria di Dio, e incoraggiò mio fratello a scrivere tutto quello che gli era balenato nello spirito, e a farlo stampare.

Perier G., Vita di Pascal, Il Saggiatore, Milano 1958.

Nel giugno del 1658 Pascal in seguito alle sue scoperte proclamò un concorso pubblico tra tutti i matematici: a chi avesse risolto i problemi da lui posti sarebbe stato dato un premio in denaro. I quesiti erano i seguenti:

- L'area della parte di piano compresa tra un arco della curva e la retta fissa.
- Il centro di gravità di tale regione.
- Il volume del solido generato dalla rotazione di tale regione attorno alla retta fissa.
- Il volume del solido generato dalla rotazione di tale regione attorno ad un asse ortogonale alla retta fissa.
- I centri di gravità di tali solidi di rotazione.
- I centri di gravità della metà dei solidi di rotazione tagliati da un piano passante per il loro asse.

I primi quattro problemi erano già stati risolti da de Roberval, dunque Pascal decise che la sfida riguardava solo gli ultimi due. La sfida venne raccolta da numerosi matematici, tra i quali Huygens, J. Wallis e C. Wren, ma, secondo Pascal, nessuna tra le soluzioni proposte era completamente corretta. Il 7 ottobre il concorso venne dichiarato chiuso da Pascal e il 24 novembre le soluzioni date dai partecipanti alla sfida furono esaminate da una commissione presieduta da Pierre de Carcavi. Nel mese di dicembre Pascal, con una lettera a Carcavi, pubblicò le proprie soluzioni e

si tenne il denaro in premio, generando il malcontento tra i matematici che avevano partecipato alla sfida.

Un'altra disputa riguardante la cicloide fu quella tra de Roberval e Torricelli. Nel 1630 de Roberval dimostrò che l'area sottesa ad un arco di cicloide è pari a tre volte l'area della circonferenza generatrice. Egli grazie a questa scoperta ottenne la cattedra di Matematica al Collegio Reale, cattedra che veniva assegnata per concorso ogni tre anni. Tuttavia non venne richiesta una dimostrazione dettagliata e quindi de Roberval non la svelò. Così, quando nel 1664 Torricelli pubblicò una dimostrazione sul valore dell'area sottesa da un arco di cicloide, fu accusato di plagio da de Roberval e tra i due nacque un'accesa discussione.

Qualche anno dopo, Huygens scoprì una delle più note proprietà della cicloide, pubblicata nel 1673 in *Horologium oscillatorium*:

La curva tale che un punto pesante che la percorre nel vuoto arriva alla sua posizione più bassa nel medesimo tempo qualunque sia il punto da cui si diparte è una cicloide ordinaria a base orizzontale concava verso l'alto.

La cicloide acquisiva così il titolo di tautocrona, dal greco *tautos* che significa “lo stesso” e *khronos* che significa “tempo”. Durante i suoi studi sugli orologi a pendolo, Huygens si accorse che il periodo di oscillazione di un pendolo semplice risultava costante solo nel limite di piccole oscillazioni. Decise allora di costruire un pendolo perfettamente isocrono sfruttando la proprietà tautocrona della cicloide. Facendo oscillare il pendolo tra due guide cicloidalì, il grave attaccato al filo del pendolo seguiva una traiettoria cicloidale e quindi il suo periodo di oscillazione era costante. L'invenzione di Huygens tuttavia non ebbe successo a causa degli errori dovuti all'attrito lungo gli archi di cicloide, e si decise di continuare ad usare il pendolo semplice, scegliendo oscillazioni sufficientemente piccole. Troviamo una citazione di questa notevole proprietà della cicloide anche in letteratura, nel seguente passaggio di *Moby Dick*:

Sollevando il quartiere si scoprono le grandi marmitte, due in tutto, e ciascuna della capacità di diverse botti. Quando si è dietro a strofinarle, il luogo presta per le profonde meditazioni matematiche. Fu nella marmitta sinistra del Pequod, che per la prima volta mi colpì il fatto notevole che, in geometria, tutti i corpi che scivolano giù per la cicloide, ad esempio la mia steatite, da qualunque punto discendano

impiegano sempre lo stesso tempo.

H. Melville, *Moby Dick*, Harper and Brothers, New York, 1851.

Un'altra celebre proprietà della cicloide fu scoperta da Johann Bernoulli nel 1696, che le conferì il titolo di brachistocrona, dal greco *brakhistos* che significa “più corto” e *khronos* che significa “tempo”, cioè curva di tempo minimo. Anche in questa occasione la cicloide fu protagonista di una disputa tra i più brillanti matematici del tempo. Bernoulli infatti nel giugno di quell'anno pubblicò un articolo sul giornale scientifico del tempo, *Acta Eruditorum*, con il quale lanciava una sfida ai matematici chiedendo di risolvere il “problema novum”:

Determinare lineam curvam data duo puncta in diversis ab horizonte distantibus & non in eadem recta verticali connectentem, super qua mobile propria gravitate decurrens & a superiori puncto moveri incipiens citissime descendat ad punctum inferius.

Il problema era già stato affrontato da Galileo che aveva erroneamente indicato come curva brachistocrona l'arco di circonferenza che univa i due punti dati. Bernoulli dichiarò di conoscere la soluzione al problema e fissò come termine per la rivelazione della sua soluzione la fine dell'anno. Il termine fu in seguito posticipato, su consiglio di Leibniz, a Pasqua del 1697 per permettere anche ai matematici stranieri di ricevere la rivista *Acta Eruditorum*. La comunità dei matematici accolse con grande entusiasmo il “problema novum” e arrivarono presto le soluzioni di Leibniz, Jacob Bernoulli, Tschirnhaus e de l'Hopital. Newton venne a conoscenza del problema solo sei mesi dopo la sua pubblicazione, ma riuscì a trovare la soluzione la sera stessa e la spedì il giorno seguente a Johann tramite lettera anonima. Nel febbraio del 1697 la soluzione di Newton venne presentata alla Royal Society e pubblicata anonimamente e senza dimostrazione nel *Philosophical Transactions*. Nel maggio del 1697 vennero pubblicate in *Acta Eruditorum* le soluzioni di Johann e Jacob Bernoulli, i contributi di Tschirnhaus e l'Hopital, una nota di Leibniz, il quale dichiarava di non aver voluto pubblicare la propria soluzione in quanto simile a quella dei fratelli Bernoulli, e l'articolo anonimo di Newton.

Ciò che rende particolarmente innovativo il problema della brachistocrona è il fatto che la quantità da minimizzare, cioè il tempo, non dipende da una o più variabili, come nei problemi trattati fino ad allora col calcolo differenziale, ma dipende dall'intera curva. I successivi 300 anni di studi e ricerche, tra i quali ricordiamo i contributi di Eulero, Maupertius e Lagrange, sottolineano la particolare natura del problema, che diede inizio a un nuovo ramo della matematica, il calcolo delle variazioni.

La cicloide è forse l'unica curva matematica a cui è stato eretto un monumento. Nel 1994, infatti, in occasione del 375-esimo anniversario della sua fondazione, l'Università di Groningen decise di erigere in onore di Johann Bernoulli, che fu professore dal 1695 al 1705, un monumento alla brachistocrona, una delle scoperte più brillanti che fece durante il periodo in cui insegnava in questa università.