2.5 Facciamo il punto

Nelle sezioni precedenti abbiamo discusso diverse attività, ma non abbiamo ancora precisato formalmente gli oggetti matematici coinvolti nelle prime valutazioni di probabilità. Tale ordine espositivo, così diverso da quello seguito su vari di libri di testo, rispecchia fedelmente una nostra convinzione: in una prima fase, gli studenti dovrebbero impegnarsi nel prendere confidenza con i nuovi oggetti matematici, magari attraverso attività operativo – sperimentali, analoghe a quelle illustrate; in una seconda fase, avendo così maturato una certa sensibilità operativa, dovrebbero poter apprezzare una qualche precisazione formale di tali oggetti. Anzi, dovrebbero riuscire a proporla essi stessi, guidati in modo accorto dal docente[18]*.*
In sintesi: prima gli oggetti e poi i nomi, i simboli e le definizioni.

Coerentemente con queste premesse metodologiche, ci sembra prematuro proporre allo studente del primo biennio un approccio assiomatico, che prevede l'introduzione di oggetti matematici quali spazio campionario, spazio di probabilità, …. D'altronde, se così facendo guadagniamo in immediatezza, come controparte dobbiamo accettare di perdere in univocità e precisione.
Ecco dunque la nostra proposta di "formalizzazione" relativa alle prime valutazioni di probabilità.

La **probabilità** di un evento[19] è un *numero* compreso tra 0 e 1.
All'evento **certo**[20] si attribuisce valore di probabilità 1.
All'evento **impossibile**[21] si attribuisce valore di probabilità 0.

Un modo[22] di valutare la probabilità (*schema classico*): la **probabilità** *di un evento* è data da

$$\frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{n}}$$

dove

c è il numero dei casi in cui esso si verifica (*casi favorevoli*),
n è il numero dei casi che possono accadere (*casi possibili*).

Stiamo assumendo che tali casi siano tutti "*ugualmente possibili*"[23] tra loro.

[18] H. Freudenthal sintetizza un processo di questo tipo mediante l'espressione "reinvenzione guidata".
[19] Consideriamo il termine *evento* un concetto primitivo, dunque non ne forniamo una definizione.
[20] In questa fase del percorso, preferiamo far appello all'idea intuitiva di *evento certo*, magari ricorrendo ad opportuni esempi, quali "nel lancio di due dadi esce un punteggio minore di 13". Infatti la sua definizione formale implica l'introduzione di nuovi termini (spazio campionario, …), che appesantiscono inutilmente la trattazione per lo studente; d'altra parte non vogliamo nemmeno adottare le espressioni tautologiche che compaiono su vari testi in adozione nella secondaria, del tipo: "l'evento certo è l'evento che si verifica certamente".
[21] Analogamente a quanto osservato a proposito dell'evento certo, prima che a definizioni formali preferiamo far riferimento ad esempi di eventi impossibili, quali "nel lancio di due dadi esce un numero maggiore di 100".
[22] Stiamo generalizzando lo schema che abbiamo utilizzato finora per valutare la probabilità di un evento. Esso è un modo, tra altri possibili, di farlo.
[23] Si comprende come tale affermazione renda circolare lo schema classico di valutazione della probabilità. Si ricorda però che l'equiprobabilità rimane, in ultima analisi, un nostro giudizio.

Probabilità come funzione

Una precisazione, che diventa però solo un'inutile complicazione se gli studenti non dispongono con sicurezza del linguaggio delle funzioni, è la seguente.

Abbiamo considerato degli *eventi* (affermazioni sugli esiti dell'esperimento) e a ciascuno di essi abbiamo associato un *numero*, la probabilità dell'evento.
Possiamo dunque dire che resta definita una *funzione*[24] dalla famiglia degli eventi nell'intervallo [0,1]. Se indichiamo con *p* una funzione di tale tipo, la probabilità di un evento *E* si *denota* con *p(E)*.

[24] Nella teoria assiomatica tale funzione si indica come *misura di probabilità*. L'approccio assiomatico alla probabilità definisce quanto appena detto per mezzo di una terna, la terna probabilistica, composta dall'insieme degli eventi elementari, da una famiglia delle sue parti con particolari proprietà, la sigma-algebra degli eventi, ed una funzione, la legge di probabilità, definita su quest'ultima, a valori nell'intervallo [0,1], e soddisfacente ulteriori proprietà. Tuttavia riteniamo prematuro proporre allo studente del primo biennio un approccio assiomatico. Per un approfondimento rigoroso rimandiamo il lettore interessato ad un testo di calcolo delle probabilità, ad esempio Baldi (2012), "Introduzione alla probabilità", McGraw-Hill, Seconda Edizione.