

A5 Valutazioni: aspetti concettuali

Errori sul calcolo delle probabilità³⁶

1. Un giocatore alla roulette dice:

“Punto sul numero 25, così i casi sono due o esce 25 oppure non esce 25, perciò ho una probabilità di vincita del 50%”.

Perché il giocatore sbaglia?

A seconda del tipo di roulette, i numeri che possono uscire sono 37 o 38. Quindi la probabilità di vincere puntando su un solo numero, nel nostro caso sul 25, è di $\frac{1}{37}$ o $\frac{1}{38}$. Vale a dire, molto meno del 50%.

La probabilità che non esca il 25 è invece $\frac{36}{37}$ oppure $\frac{37}{38}$.

Il giocatore sbaglia perché ha attribuito, *a priori*, la stessa probabilità ai due eventi in esame. In particolare non ha considerato che l'evento “non esce 25” si può scomporre in 36 o 37 eventi elementari, che hanno tutti la stessa probabilità dell'evento “esce 25”.

Osservazioni

- In realtà il giocatore è in ottima compagnia: J.B. D'Alembert riteneva che nel lancio di due monete (non truccate) i tre esiti “*due teste*”, “*una testa e una croce*”, “*due croci*” fossero **equiprobabili**.
- In entrambe le situazioni, un efficace strumento per dirimere la questione consiste nell'effettuare un opportuno numero di **esperimenti** e nell'esaminarne gli esiti.

³⁶ Esempi e problemi tratti da Castelnuovo - Gori Giorgi – Valenti, *Matematica oggi* 2, ed. La Nuova Italia, 1992, pag. 804 n. 84.

Problema dell'interrogazione a sorte³⁷

2. In una classe ci sono 22 alunni. Per interrogarli, il professore procede estraendo a sorte: ha un sacchetto che contiene 30 palline, numerate da 1 a 30, e ne estrae una. Se il numero estratto non supera 22, interroga il ragazzo che ha quel numero sul registro, se il numero supera 22 fa la somma delle cifre e interroga il ragazzo che corrisponde al numero ottenuto.

- È "giusto"?
- Qual è la probabilità che ha ciascun ragazzo di essere interrogato?

Cominciamo osservando che si possono estrarre 30 numeri, quindi vi sono 30 "casi possibili".

Analizziamo prima la situazione in cui viene estratto un **numero maggiore di 22**, organizzando i vari esiti tramite la tabella seguente.

Num. pallina estratta	Somma cifre	Num. Registro Studente
23	2+3=	5
24	2+4=	6
25	2+5=	7
26	2+6=	8
27	2+7=	9
28	2+8=	10
29	2+9=	11
30	3+0=	3

In tale situazione verrà interrogato *solo* uno degli studenti che compare in tabella, ossia un ragazzo il cui numero di registro è tra i seguenti: 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Ad esempio, se esce il numero 27, verrà interrogato lo studente che ha numero di registro uguale a 9.

Naturalmente tali casi non esauriscono gli studenti della classe: se esce un numero maggiore di 22, non potrà certo essere interrogato, ad esempio, lo studente che ha numero di registro 4.

Osserviamo comunque che agli 8 numeri da 23 a 30 vengono associati 8 *studenti diversi*. Cioè non c'è uno studente tra gli 8 indicati che può essere interrogato in corrispondenza dell'uscita di due diversi numeri interi compresi tra il 23 e il 30.

Nel caso in cui viene estratto un **numero minore o uguale a 22** si comprende facilmente che può invece venir interrogato uno studente *qualsiasi* tra i 22 della classe. I candidati non sono più ristretti agli 8 del precedente elenco.

Concludiamo quindi che ogni studente che compare in tabella può essere interrogato sia se viene estratto il suo numero di registro sia se viene estratto un opportuno altro numero maggiore di 22. Pertanto per ciascuno di questi la **probabilità** di venir interrogato è $\frac{2}{30} = \frac{1}{15}$.

Invece lo studente numero 1 e tutti quelli che non compaiono in tabella possono essere interrogati solo se viene estratto il loro numero di registro. Pertanto questi ultimi sono interrogati con **probabilità** $\frac{1}{30}$.

Concludiamo quindi che la procedura stabilita dal docente non sembra "giusta", in quanto non prevede che ogni studente della classe abbia la stessa probabilità di essere interrogato.

Osservazione

Per rispondere alla domanda *a*, sarebbe bastato fornire un "controesempio", cioè indicare due studenti che hanno differenti probabilità di essere interrogati. Ad esempio il numero 5 ed il numero 4 del registro.

³⁷ Problema tratto da Giovanni Prodi, "Matematica come scoperta", ed. D'Anna, vol. 1, seconda edizione, pag. 14 n. 7.