

4.3 Casinò ... e non solo

La roulette, il 10eLotto e il gioco di Chevalier de Méré sono tre giochi che hanno regole semplici e dei quali si riesce a calcolare la probabilità di vittoria in modo elementare. Gli studenti possono cimentarsi a turno nelle tre attività.

Modalità di gioco

Si suddivide la classe in gruppi che si alternano nei tre giochi indicati. Ovviamente si possono formare più di tre gruppi, creando più tavoli con lo stesso gioco. Agli studenti viene fornito un foglio con le istruzioni di gioco, analogo a quello riportato nell'appendice A4 in fondo al capitolo.

A ogni tavolo si effettua un certo numero di giocate, ad esempio 20. Gli studenti tengono traccia degli esiti e li illustrano alla classe, in una discussione guidata. All'analisi qualitativa segue l'analisi "teorica" che prevede essenzialmente il calcolo delle probabilità di vincita nei diversi giochi. Alcuni di questi calcoli possono essere assegnati agli studenti come attività individuali.

❖ Roulette

	0					
PASSE	1	2	3	MANQUE		
	4	5	6			
	7	8	9			
PAIR	10	11	12	IMPAIR		
	13	14	15			
	16	17	18			
	19	20	21			
◆	22	23	24	◆		
	25	26	27			
	28	29	30			
	31	32	33			
	34	35	36			
12 ^P	12 ^M	12 ^D		12 ^D	12 ^M	12 ^P



La «ruota» e il tavolo sono costituiti da: 18 numeri rossi, 18 numeri neri e un numero verde: lo zero¹³.

Gli studenti puntano una certa somma, ad esempio 10 €, scegliendo una delle seguenti opzioni di scommessa:

- sul rosso (o sul nero): in caso di vincita il banco paga 1 volta la puntata (in aggiunta ai 10 € puntati),
- sulla prima dozzina cioè i numeri da 1 a 12 (o sulla seconda o sulla terza): in caso di vincita il banco paga 2 volte la puntata (in aggiunta ai 10 € puntati),
- un numero singolo: in caso di vincita il banco paga 35 volte la puntata (in aggiunta ai 10 € puntati).

¹³ Nei casinò americani ci sono due numeri verdi: 0 e 00.

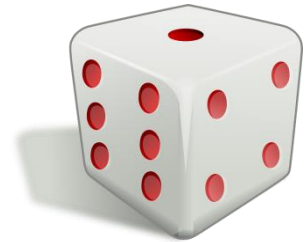
❖ 10eLotto

Le regole del gioco sono illustrate sul sito ufficiale <https://www.lottomaticaitalia.it/it/prodotti/10-e-lotto/come-dove-giocare/schedina>.

A ciascun studente viene fornita una schedina di gioco sulla quale deve scegliere 10 numeri fra i 90 presenti. Ogni studente punta 1 € in ogni giocata. Il banco (ad esempio uno studente) estrae 20 numeri fra l'1 e il 90.

❖ Chevalier de Méré

Gli studenti lanciano 4 volte un dado onesto a 6 facce. Vincono se non esce nessun 6, altrimenti vince il banco¹⁴ (che impersona Chevalier de Méré). Gli studenti puntano ad esempio 10 € in ogni partita e se vincono viene restituita loro una volta la quota versata (in aggiunta ai 10 € puntati).



Il gioco è stato praticato da Chevalier de Méré nel XVII secolo come si legge nell'approfondimento in appendice A5 in fondo al capitolo e ha avuto enorme importanza nello studio della probabilità.

Analisi dei giochi: valutazione delle probabilità di vittoria

Affinché l'attività risulti significativa è importante che gli studenti effettuino il calcolo teorico delle probabilità di vittoria. Tale valore permette infatti di interpretare quantitativamente gli esiti del gioco. Il calcolo relativo alla roulette e a Chevalier de Méré è in fondo al capitolo nell'appendice A6. Di seguito si mostra, a titolo di esempio, come valutare la probabilità di vittoria nelle varie categorie del 10eLotto.

❖ 10eLotto

Numero casi possibili

= numero di sottoinsiemi formati da 10 numeri a partire da un insieme di 90 numeri

$$= \binom{90}{10} \approx 5,721 \cdot 10^{12}$$

Qual è la probabilità di indovinare esattamente 7 numeri tra i 20 estratti?

Numero casi favorevoli

= numero di decine che si ottengono con 7 numeri presi dai 20 estratti e 3 numeri presi dai 70 non estratti

= numero di sottoinsiemi formati da 7 numeri a partire dall'insieme dei 20 numeri **estratti** e numero di sottoinsiemi formati da 3 numeri a partire dall'insieme dei 70 numeri **non estratti**

$$= \binom{20}{7} \cdot \binom{70}{3} = 77.520 \cdot 350 = 27.132.000 \approx 2,713 \cdot 10^7$$

Quindi la probabilità $P(7)$ di indovinare sette numeri è

$$P(7) = \frac{\binom{20}{7} \cdot \binom{70}{3}}{\binom{90}{10}} \approx \frac{2,713 \cdot 10^7}{5,721 \cdot 10^{12}} \approx 0,000474 = 4,74 \cdot 10^{-4}$$

¹⁴ Il banco può essere gestito da un altro studente.

In generale la probabilità di indovinare esattamente x numeri, avendone giocati 10, è data da

$$P(\text{indovinare } x \text{ numeri}) = P(x) = \frac{\binom{20}{x} \binom{70}{10-x}}{\binom{90}{10}}$$

Infatti:

Numero casi favorevoli

= numero di decine che si ottengono con x numeri presi dai 20 estratti e $10 - x$ numeri presi dai 70 non estratti

= numero di sottoinsiemi formati da x numeri a partire dall'insieme dei 20 numeri estratti e numero di sottoinsiemi formati da $10 - x$ numeri a partire dall'insieme dei 70 numeri non estratti

$$= \binom{20}{x} \cdot \binom{70}{10-x}$$

Se si giocano N numeri si può dedurre in modo analogo che la probabilità di indovinarne esattamente x ($x \leq N$) è data da

$$P(x) = \frac{\binom{20}{x} \binom{70}{N-x}}{\binom{90}{N}}$$

Sul sito della **Lottomatica** nel 2014 si trovava la seguente tabella con l'indicazione delle probabilità di vincita.

Attualmente la tabella appare in una forma diversa, come si può vedere sul sito ufficiale¹⁵. In realtà i numeri indicati nella nuova tabella (quella attuale) non corrispondono ai valori di probabilità, come invece segnalato sul sito...

PROBABILITÀ DI VINCITA		NUMERI GIOCATI									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
NUMERI INDOVINATI	0							0,160449	0,121787	0,092083	0,069346
	1	0,222222	0,349563								
	2		0,047441	0,113211	0,179576	0,23665					
	3			0,009704	0,031231	0,062643	0,100228				
	4				0,001896	0,007717	0,018793	0,035498			
	5					0,000353	0,001743	0,005011	0,010949	0,020128	0,032801
	6						6,23E-05	0,000363	0,001208	0,003004	0,006212
	7							1,04E-05	7E-05	0,000265	0,000742
	8								1,63E-06	1,25E-05	5,32E-05
	9									2,38E-07	2,06E-06
	10										3,23E-08

¹⁵ <http://www.lottomaticaitalia.it/10elotto/10-e-lotto/probabilita-di-vincita.html>

Approfondiamo: ancora stime e confronti...



Sempre per rendersi conto della bassa probabilità di vittoria ai giochi proposti, si può far osservare che la probabilità di indovinare tutti i 10 numeri giocati al **10eLotto** è uguale alla probabilità di estrarre una pallina da ping-pong (diametro 4cm) nera in 7 campi da calcio (misura standard FIFA 105m x 68m) riempiti di tutte palline bianche e una sola nera. Tale probabilità è circa $\frac{1}{37.898.089} \approx 0,0000000264$.