5.4 Alcune osservazioni per il docente

Indipendenza tra eventi

a) Prima la definizione o il concetto?

Una definizione equivalente di indipendenza tra due eventi A, B si può esprimere mediante la condizione

$$p(A \cap B) = p(A) \cdot p(B) \tag{5.6}$$

Però in questa fase del Percorso non ci sembra opportuno insistere su questa formulazione in quanto potrebbe venir interpretata semplicemente come una formula da imparare a memoria e da ripetere a parole senza magari preoccuparsi di comprenderne il significato. Piuttosto, come già osservato, è molto più importante che lo studente disponga del ***modello*** *di riferimento dell'urna (con o senza reinserimento) e sviluppi l'abilità trasversale di passare da una forma di rappresentazione all'altra, in una sorta di traduzione nel linguaggio naturale.*

b) È sempre intuitiva?

D'altro canto, se si opta per un approccio meno formale, si deve accettare il fatto di perdere l'univocità e la precisione che viene assicurata dalla formula (5.6). Infatti, non sempre è chiaro a livello intuitivo se la probabilità di un evento sia o meno modificata dal realizzarsi di un altro, come richiesto dalla definizione di eventi indipendenti al paragrafo 5.3 sezione d).
Ad esempio, si consideri l'esperimento del lancio di un dado a 6 facce e i due eventi:

A = "*esce un numero pari*"
B = "*esce il numero 1 o il numero 2*"

Intuitivamente i due eventi A, B vi sembrano indipendenti? Difficile stabilirlo a una prima lettura… alcuni diranno che sono dipendenti...
Per dirimere la questione c'è bisogno di fermarsi a valutare con attenzione le probabilità che intervengono:

$$p(A) = \frac{1}{2}$$

$$p(A\ nell'ipotesi\ che\ si\ sia\ verificato\ B) = p(\text{"2 o 4 o 6" sapendo che è uscito "1 o 2"}) = \cdots = \frac{1}{2}$$

quindi gli eventi A, B sono indipendenti! Ma non è stato immediato concluderlo.

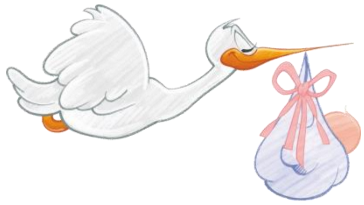
Invece l'applicazione della definizione (5.6) permette di giungere in modo più diretto alla conclusione, anche se in modo meccanico e poco intuitivo:

$$p(A) \cdot p(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{6} = p(A \cap B)$$

c) Influenza tra eventi[11]?

Si deve prestare attenzione a non confondere la relazione di dipendenza tra eventi con quella di causa - effetto. Un esempio significativo a tale proposito è costituito da un'analisi statistica effettuata in Inghilterra, dopo la seconda guerra mondiale. Su un campione di case, si è rilevata la presenza di:

- *un nuovo nato,*
- *un nuovo nido di cicogna.*



Si sono considerati gli eventi:
*A = "c'è almeno un nuovo nido di **cicogna** sul tetto di una casa fissata"*
*B = "c'è almeno un nuovo **nato** in una casa fissata"*

Dall'elaborazione dei dati è emerso che:

$$p(B\ nell'ipotesi\ che\ si\ sia\ verificato\ A) > p(B)$$

ossia gli eventi A,B sono dipendenti.

*In altre parole dove c'è un **nido di cicogna** è maggiore la probabilità di una **nascita.***
***Questo significa che l'evento** A **influenza** l'evento B?*

***No!** In ultima analisi, la ragione per cui vale la disuguaglianza in esame risiede nel fatto che A, B hanno una causa comune: la fine della guerra, in particolare la fine dei bombardamenti.*

La notazione p(A|B)

In una prima fase è preferibile non utilizzare notazioni specifiche per la probabilità che dipende da altre, tipo quella che solitamente compare sui libri di testo della scuola secondaria: p(A|B) per indicare la probabilità dell'evento A nell'ipotesi che B si sia verificato. La sua introduzione si può tranquillamente posticipare al momento in cui sarà avvertita dagli studenti come una necessità per descrivere la situazione e i procedimenti in modo univoco e conciso. Così sarà percepita come un vantaggio e non come una complicazione inutile imposta dall'insegnante.
In ogni caso, riteniamo più espressiva la notazione $p_B(A)$. Ma di questo ci occuperemo più avanti.

*Piuttosto in questa prima fase è più importante curare aspetti sostanziali, come **l'ambiguità** nel linguaggio. Ad esempio dalla confusione "probabile = possibile" c'è il rischio che segua l'identificazione "**non** probabile = **non** possibile".*

Come applicare la legge della moltiplicazione?

Alcuni libri di testo riportano due diverse formulazioni della legge della moltiplicazione: una per eventi dipendenti, un'altra per eventi dipendenti. Noi però riteniamo didatticamente più efficace un'unica formulazione, come quella precedentemente proposta, nella quale non serve chiedersi a priori se A, B siano dipendenti o indipendenti[12]. Con l'unica accortezza di prestare attenzione a valutare la "nuova" probabilità dell'evento B, nell'ipotesi che A si sia verificato, anche se in certi casi essa potrebbe non cambiare.

[11] L'esempio seguente è tratto dal testo "La matematica dell'incertezza" di Carla Rossi, ed. Zanichelli.
[12] Aggiungiamo che in questa fase sembra prematuro affrontare esercizi in cui si chiede di stabilire se due eventi siano indipendenti o dipendenti. È opportuno che gli studenti prendano prima confidenza con tali concetti in un contesto più generale.

La formula

$$p(B) \cdot p(A|B) = p(A \cap B) \quad (5.7)$$

Su vari libri di testo viene introdotta tale formula ed è considerata unicamente per calcolare $p(A \cap B)$*, ossia come un modo formale per esprimere la legge della moltiplicazione.*
Però il docente dovrebbe tener presente che essa ha un ruolo fondamentale:

- *è la **definizione** di probabilità condizionata*
- *da essa **deriva***
    - *la definizione di dipendenza ed indipendenza di eventi*
    - *la legge della moltiplicazione*
    - *il significato di probabilità condizionata nei tre approcci*

Si tornerà su questa formula quando si affronterà il tema della probabilità condizionata.