

5.7 Contesti significativi

Gli strumenti matematici introdotti nei paragrafi precedenti, in particolare la legge della moltiplicazione, permettono di esaminare criticamente le situazioni interessanti che proponiamo di seguito. D'altra parte, tali attività consentono di chiarire ulteriormente il significato e la portata dei nuovi oggetti matematici. Queste letture possono anche essere assegnate per l'approfondimento individuale ad alcuni studenti che le potranno poi discutere con l'intera classe.

a) Il daltonismo

Noto il patrimonio genetico dei genitori, gli eventi "avere un figlio daltonico" e "avere un figlio maschio" sono indipendenti?

Nell'appendice A5 alla fine del capitolo si trova una lettura di approfondimento della questione.

Al di là degli aspetti contenutistici, l'attività è molto interessante perché permette di sviluppare alcune abilità, quali:

- **interpretare** un testo scientifico-matematico
- **modellizzare** con schemi con frecce, diagramma di Punnet, grafo ad albero...
- **effettuare collegamenti** con le altre discipline, come raccomandato nelle Indicazioni nazionali
- **giustificare e argomentare.**

b) Un caso giudiziario diventato un classico

Consideriamo la seguente sintesi di un caso giudiziario divenuto, ormai, un classico per lo studio della probabilità.

- 18 giugno 1964. Los Angeles. Juanita Brooks viene derubata.
- I testimoni individuano sei caratteristiche dei due responsabili del furto:

| | |
|-----------------------------------|-------------------|
| - uomo di colore con la barba | $\frac{1}{10}$ |
| - uomo con i baffi | $\frac{1}{4}$ |
| - donna bianca con capelli biondi | $\frac{1}{3}$ |
| - donna con la coda di cavallo | $\frac{1}{10}$ |
| - coppia mista in un'automobile | $\frac{1}{1.000}$ |
| - automobile gialla | $\frac{1}{10}$ |
- Viene arrestata la coppia Malcom e Janet Collins che presentale le precedenti sei caratteristiche.
- L'accusa stima la probabilità che una persona a Los Angeles possieda una di tali caratteristiche. L'insieme di tali valori è riportato nella tabella precedente.

- Qual è la probabilità p che una coppia qualunque possieda le 6 caratteristiche?
La stima che fornisce il consulente della difesa è

$$p = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{1.000} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{12.000.000}$$

- 1964. Essenzialmente sulla base di tale stime, la giuria dichiara colpevole la coppia arrestata.
- 1968. La corte suprema dello Stato della California annulla la sentenza, in seguito a un'accorta riflessione sugli errori commessi nella valutazione di probabilità fornita dall'accusa.

Quali errori sono stati commessi nel primo processo? Più di uno, ma quello che riteniamo didatticamente più significativo è legato all'uso distorto che si è fatto della legge della moltiplicazione: infatti essa è stata applicata nella forma $p(A \text{ e } B) = p(A) \cdot p(B)$, ma tale uguaglianza vale **solo se gli eventi** A, B sono indipendenti. Invece le sei caratteristiche considerate nel processo ad esempio $A = \text{"uomo di colore con la barba"}^{15} \dots$) **non sono indipendenti!**

Per comprendere meglio dove risiede l'errore consideriamo l'esempio seguente:

In un istituto scolastico 1 studente su 30 pratica lo scialpinismo, 1 su 10 l'arrampicata.
La probabilità che un suo studente scelto a caso pratichi entrambi gli sport è $\frac{1}{30} \cdot \frac{1}{10}$?

- Proviamo a rispondere applicando la legge della moltiplicazione: la probabilità che uno studente (scelto a caso) pratichi lo scialpinismo e l'arrampicata è uguale al prodotto della probabilità che uno studente pratichi lo scialpinismo, cioè $\frac{1}{30}$, e della probabilità che uno studente **che pratica lo scialpinismo**, pratichi l'arrampicata.
- Dunque, per valutare la probabilità dell'evento richiesto, occorre conoscere la percentuale di arrampicatori **tra gli scialpinisti** dell'Istituto .
- Però tale dato non è fornito nel testo! Infatti viene indicato solamente che $\frac{1}{10}$ degli studenti **dell'istituto** pratica l'arrampicata, ma non è detto che tra gli scialpinisti, gli arrampicatori siano ancora $\frac{1}{10}$; anzi ragionevolmente ce ne possiamo aspettare di più. In altre parole praticare lo scialpinismo ed arrampicare **non** sono eventi **indipendenti!** Così non possiamo concludere che la probabilità richiesta nel quesito sia $\frac{1}{30} \cdot \frac{1}{10}$. Potremmo determinare la probabilità richiesta solo se sapessimo che tra gli scialpinisti, gli arrampicatori sono ad esempio $\frac{1}{4}$. In tal caso la legge della moltiplicazione permette di affermare che la probabilità richiesta è

$$\frac{1}{30} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{120} \neq \frac{1}{300}$$

Quindi serve attenzione nell'applicare la legge della moltiplicazione!

¹⁵ Più precisamente $A = \text{"esce un uomo di colore con la barba, in un'estrazione casuale tra tutti gli abitanti maschili di Los Angeles"}$