APPENDICE

A1 Eventi non elementari

1. Problema amici - lavoro[22]

Tizio e Caio sono amici: Tizio è libero solo il lunedì, mercoledì, sabato e domenica. Caio è libero solo il martedì, mercoledì, venerdì e domenica.

- **Quando possono incontrarsi?**
- **Come rappresenteresti l'insieme dei giorni possibili?**

Indichiamo con U l'insieme dei giorni della settimana:

$$\mathrm{U} = \{\text{lunedì}, \text{martedì}, \text{mercoledì}, \text{giovedì}, \text{venerdì}, \text{sabato}, \text{domenica}\};$$

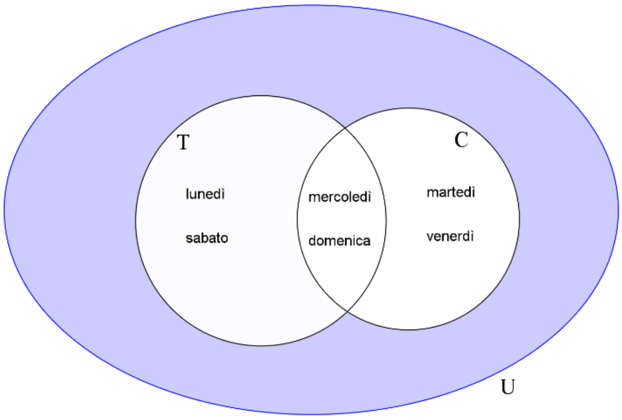
con C il sottoinsieme dei giorni della settimana in cui è libero Caio

$$\mathrm{C} = \{\text{lunedì}, \text{mercoledì}, \text{sabato}, \text{domenica}\};$$

con T il sottoinsieme dei giorni della settimana in cui è libero Tizio

$$\mathrm{T} = \{\text{martedì}, \text{mercoledì}, \text{venerdì}, \text{domenica}\}.$$

Possiamo così schematizzare la situazione mediante i diagrammi di Venn, utilizzando le notazioni ora introdotte.



Tizio e Caio possono trovarsi nei giorni della settimana in cui sono *entrambi* liberi. Tali giorni sono rappresentati nello schema grafico dal sottoinsieme comune all'insieme C e all'insieme T.
E tale sottoinsieme si può scrivere nella forma

$$C \cap T = \{\text{mercoledì}, \text{domenica}\}$$

<u>**Osservazione**</u>
Al di là delle richieste del quesito, è interessante **rappresentare graficamente** e descrivere mediante il linguaggio degli insiemi:

- l'insieme dei giorni in cui Tizio è libero, ma Caio è occupato
- l'insieme dei giorni in cui Tizio e Caio sono entrambi occupati

Altrettanto significativa è la questione, per alcuni aspetti inversa, di descrivere l'insieme

$$(T \cap C) \cup T^c$$

nel **linguaggio naturale** e di **rappresentarlo** graficamente.

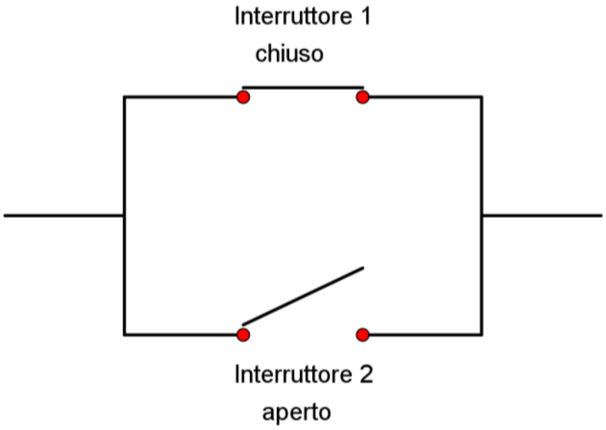
[22] Problema tratto da Giovanni Prodi, "Matematica come scoperta", ed D'Anna, vol. 1, seconda edizione, pag. 27 n. 1.

2. Problema degli interruttori[23]

a) si collegano due interruttori così (cioè "in serie").

In quali casi passa la corrente? Fare il grafo.

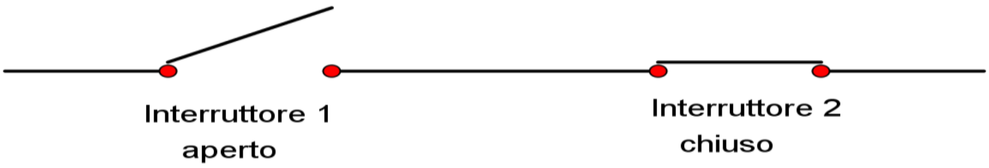
b) si collegano due interruttori così (cioè "in parallelo").



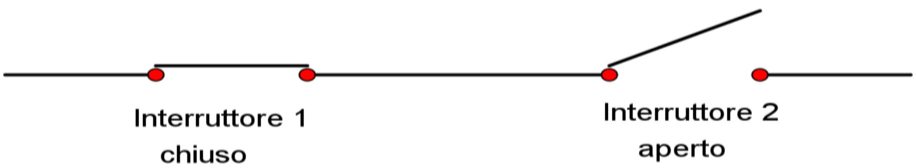
In quali casi passa la corrente? Fare il grafo. Supponendo che vi sia probabilità 1/2 per ciascun interruttore di essere chiuso (o aperto senza alcuna dipendenza fra i due interruttori) quale è la probabilità che passi corrente?

Nel **collegamento in serie** gli interruttori sono disposti uno di seguito all'altro, con un solo estremo in comune.
Esaminiamo i casi che si possono presentare, cominciando da quello in cui entrambi gli interruttori sono chiusi. Indichiamo tale situazione con la notazione C_1C_2.
In questo caso, come suggerisce la figura, la corrente può passare.

Se invece il primo interruttore è aperto (indichiamo tale situazione con la notazione A_1C_2) la corrente non passa



Simmetricamente, anche nel caso C_1A_2 in cui è aperto solo il secondo interruttore, non può passare la corrente.



Dovrebbe essere chiaro che la corrente non passa nemmeno nel caso A_1A_2 in cui sono aperti entrambi gli interruttori.

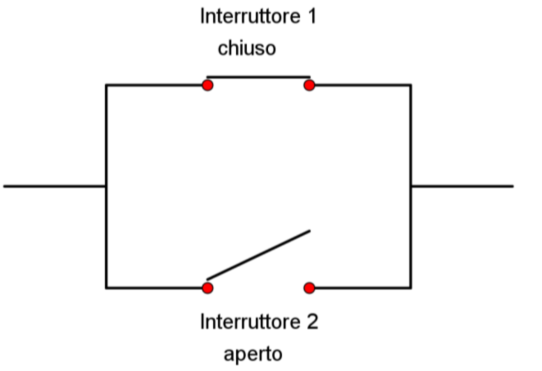
[23] Problema tratto da Giovanni Prodi, "Matematica come scoperta", ed D'Anna, vol. 1, seconda edizione, pag. 37 n. 2.

In definitiva nel collegamento in **serie** la corrente può passare solo se *entrambi gli interruttori sono chiusi,* ossia se

l'interruttore 1 è chiuso e l'interruttore 2 è chiuso

Invece il **collegamento in parallelo** è strutturalmente diverso, in quanto i due interruttori hanno entrambi gli estremi in comune.

Si comprende che la corrente passa in tre situazioni: nel caso C_1C_2 in cui i due interruttori sono chiusi, ma anche nei due casi in cui è chiuso solo un interruttore, cioè C_1A_2 o A_1C_2. Quest'ultima situazione è rappresentata nella figura seguente



La corrente non passa nel caso A_1A_2 in cui sono aperti tutti due gli interruttori.

Così nel collegamento **in parallelo** la corrente passa se *almeno* uno degli interruttori è chiuso, ossia se

l'interruttore 1 è chiuso o l'interruttore 2 è chiuso

Osservazione

L'esercizio proposto è particolarmente istruttivo perché permette di cogliere a fondo il significato dei connettivi *e* ed *o* del linguaggio naturale. Infatti è espressiva **l'analogia fra i connettivi e ed o** e i collegamenti, rispettivamente in serie e in parallelo. Notiamo che il connettivo *o* usato in senso disgiuntivo corrisponde all'operatore logico *XOR*.

Possiamo ora calcolare la probabilità che passi corrente nel **circuito in serie.**

Le possibili configurazioni degli interruttori sono *4*:

$$A_1A_2,\ A_1C_1,\ C_1A_1,\ C_1C_2$$

ed esse sono equiprobabili.

Per quanto osservato nel punto a) *l'unico caso* in cui passa corrente è C_1C_2.

Pertanto la probabilità richiesta è

$$p(passa\ corrente) = \mathbf{\frac{1}{4}}$$

Cosa accade invece nel **collegamento in parallelo**?

Le possibili disposizioni degli interruttori sono ancora *4*, come nel collegamento in serie.

Però si ha passaggio di corrente quando *almeno* uno dei due interruttori è chiuso. E ciò avviene in 3 casi:

$$A_1C_1,\ C_1A_1,\ C_1C_2$$

Pertanto la probabilità richiesta è

$$p(passa\ corrente) = \mathbf{\frac{3}{4}}$$

Osservazione

In alternativa, si può considerare la probabilità dell'**evento complementare** "non passa corrente", cioè A_1A_2

Seguendo questo approccio si ottiene:

$$p(passa\ corrente) = 1 - p(A_1A_2) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$