6.4 La definizione di probabilità condizionata *

Nella sezione precedente abbiamo guardato alla probabilità condizionata dal punto di vista dello studente di scuola secondaria. E il docente invece, quale punto di vista dovrebbe adottare? Ecco allora alcune considerazioni da tenere presenti per operare scelte didattiche consapevoli e interpretare criticamente il libro di testo[13].

- La formula $\mathbf{p(B) \cdot p_B(A) = p(A \cap B)}$(**) è in realtà la **definizione** di probabilità condizionata nell'ambito della teoria assiomatica e, in quanto definizione nel quadro di una teoria assiomatica, ha un ruolo strettamente formale. Ossia, a rigore, si opera su di essa in un solo modo: applicando le regole sintattiche fornite dagli assiomi, senza ricorrere esplicitamente a considerazioni di carattere semantico[14]. Ciò non significa che la definizione non si possa poi interpretare in uno o più modi; piuttosto si deve aver chiaro che ogni affermazione su di essa deriva unicamente da inferenze logiche e non da considerazioni basate solo sull'intuizione.

- Se si assume la relazione (**) come definizione di probabilità condizionata e si valuta la probabilità secondo l'approccio classico (o frequentista o soggettivo) si può **dimostrare** che $\mathrm{p_B(A)}$ è la *probabilità dell'evento A sapendo che si è verificato l'evento B.* In altre parole, nell'ambito dell'approccio classico, la formula (*) e la definizione da noi proposta di probabilità condizionata sono equivalenti.

- Pertanto la nostra definizione fornisce il **significato** di probabilità condizionata nell'approccio classico. Normalmente la presentazione formale della probabilità condizionata prevede i due passi: 1) definizione come formula e 2) precisazione del significato. Invece, per ragioni didattiche riteniamo più efficace invertire tale ordine espositivo: prima prospettare il significato e poi la formula.

---

[13] Un ottimo riferimento al riguardo è il testo di Villani e altri "Non solo calcoli", ed. Springer.

[14] In un contesto analogo, nell'ambito della geometria euclidea, Hilbert sosteneva provocatoriamente "si deve poter dire ogni volta, in luogo di "punti, rette, piani": "tavoli", "sedie", "boccali di birra"." Con ciò intendeva che non interessa quale interpretazione intuitiva si vuole dare ai concetti geometrici fondamentali; l'unico aspetto matematicamente rilevante è la relazione formale che viene introdotta su di essi dagli assiomi.