

5 Non solo calcoli

Gli esercizi⁸ che proponiamo a questo punto, non richiedono semplicemente di effettuare dei calcoli, ma sono uno strumento per verificare e autovalutare la comprensione nonché per **consolidarla**. Pertanto rappresentano la base dei vari aspetti che fin qui hanno caratterizzato il percorso, sulla quale poggiare la risoluzione di questioni più articolate e ricche.

1. Errori di stampa

Si tratta di un esercizio-guida, che costituisce, assieme all'esempio del centralino, un riferimento per la risoluzione dei problemi successivi.

Per evitare che l'attenzione sia rivolta esclusivamente agli aspetti di calcolo non si richiede di fornire un singolo valore di probabilità, bensì di costruire di un **modello** che descriva adeguatamente la situazione.

In quest'ottica nella risoluzione prestiamo ancora una volta attenzione all'analisi delle **ipotesi** da assumere affinché abbia senso schematizzare il problema tramite la distribuzione binomiale o di Poisson. Inoltre, confrontiamo i due modelli esaminando gli scarti tra i corrispondenti valori di probabilità: essi sono "vicini", come d'altronde potevamo aspettarci dato che il numero di prove è "grande" e la probabilità di realizzazione dell'evento *errore di stampa* è "piccola". Ancora una volta rileviamo che per costruire il modello si devono prendere delle **decisioni**. Ad esempio, assumiamo che la probabilità di compiere un errore di stampa sia la stessa per ogni parola; tuttavia tale ipotesi, per quanto ragionevole, resta una *nostra scelta*, tra le altre possibili: non è una verità assoluta.

2. Dall'Esame di Stato del Liceo Scientifico

Si tratta di due quesiti assegnati nella prova suppletiva e nella seconda simulazione ministeriale della prova scritta di matematica dell'Esame di Stato dell'anno scolastico 2014/15.

Sono sostanzialmente analoghi, ma la loro formulazione diversa: nel primo si richiede esplicitamente di utilizzare sia il modello binomiale che quello di Poisson; nel secondo, invece, non si precisa a quale distribuzione fare ricorso, ma nel contempo non si dettaglia nemmeno la situazione. Pertanto, il quesito non ammette una risposta univoca. Probabilmente non era questa l'intenzione degli estensori della prova: la risoluzione "ufficiale" comparsa sul sito del ministero⁹, propende, senza ulteriori commenti, per il modello di Poisson.

Invece, sarebbe più significativo richiedere allo studente di esplicitare le ipotesi da assumere affinché abbia senso schematizzare la situazione mediante il modello da lui proposto. Altrimenti la richiesta si riduce banalmente ad un'applicazione acritica di una formula, in evidente contraddizione con le Indicazioni Nazionali, che ribadiscono a più riprese la centralità della modellizzazione nella pratica didattica.

⁸Cercheremo, per quanto possibile, di distinguere tra esercizio e problema nel senso ben indicato da B. D'Amore in [DAm, p.284]: "Si ha un **esercizio** quando la risoluzione prevede che si debbano utilizzare regole e procedure già apprese, anche se non ancora in corso di consolidamento. (...) Si ha invece un **problema** quando una o più regole o una o più procedure non sono ancora bagaglio cognitivo del risolutore. (...) Non è il testo in sé a costituire un esercizio o un problema, ma un complesso legato a situazioni didattiche, capacità individuali e mille altri fattori, tra i quali l'intenzione didattica del proponente ed il livello scolastico."

⁹Essa si può trovare all'indirizzo <http://questionariolsosa.miur.carloanti.it/pdf/2014-2015/matematica2-soluzioni.pdf>.

3. Nascite all'ospedale "Alto Vicentino"

Il problema che abbiamo ideato ci sembra particolarmente significativo perché si basa su **dati reali** riguardanti le nascite giornaliere, nel corso del 2015, all'ospedale "Alto Vicentino" di Santorso (VI). Questi ci sono stati forniti, a scopi didattici, dall'Ulss 4 del Veneto.

L'intento non è tanto quello di mostrare la potenza del modello di Poisson nell'effettuare previsioni, ma quello di presentare la richiesta in un contesto che non sia "artificiale", costruito ad hoc per il problema e dunque slegato della realtà.

La necessità didattica di proporre questioni di tale tipo è ben descritta in [Fre, p.97] che riporta una ricerca svolta dal gruppo "Elémentaire dell'IREM (Institut de la Recherche sur l'Enseignement Mathématique) di Grenoble su alcuni alunni di 7-8 anni.

"Il gruppo ha formulato la domanda: su una nave ci sono 26 pecore e 10 capre. Qual è l'età del capitano? Su 97 scolari CE 1-2 (Cycle élémentaire 1-2), di 7-8 anni, 76 riuscirono a trovare¹⁰ l'età del capitano sulla base dei dati forniti dal problema."

Ad esempio, sommando il numero di pecore e quello delle capre...

Le origini del problema vanno ricercate, secondo l'autore, nella frattura tra mondo reale e contesto di molte questioni di matematica che si affrontano a scuola: gli esercizi che si trattano in classe hanno quasi sempre soluzione, essa è univocamente determinata dai dati e questi sono solo quelli strettamente necessari a fornire la risposta. Così molti studenti sono indotti a pensare che le questioni che si affrontano a scuola siano altra cosa rispetto a quelle reali.

Come ovviare a tale frattura? Secondo Freudenthal si devono "creare, rinforzare e mantenere i legami con la realtà" attraverso **contesti ricchi**, ovvero "domini di realtà proposti agli studenti per essere matematizzati" [Fre, p.103].

L'attività sulle nascite che qui proponiamo si colloca proprio in questa direzione, prospettando un contesto ricco, nel senso appena delineato.

Oltre a ciò, essa risulta ancora più efficace se si basa su dati relativi all'ospedale della zona da cui provengono gli studenti, che possono essere *coinvolti direttamente* nella ricerca dei dati.

In ciò siamo confortati da quanto scrive B. D'Amore in [DAm, p.293]. Innanzitutto egli chiama una questione come quella proposta nel paragrafo 3.5.3 *problema reale con dati mancanti ma rintracciabili (p.r.)*. E poi precisa: "Alla base di sollecitazioni di tipo p.r. è bene che compaiano attività che in qualche modo la classe è motivata a compiere. (...) Ciascun componente della classe collabora secondo le proprie possibilità (...) ed alla fine il risultato è positivo, si giunge cioè alla risoluzione del problema."

4. Aspetti algebrici

Questo è un esercizio diverso dai precedenti: richiede di **manipolare** l'espressione analitica della distribuzione di Poisson **in vista dell'obiettivo** di ricavare la relazione ricorsiva che abbiamo utilizzato fin dal paragrafo 3.3.1.

¹⁰n.d.r. Con ciò si intende più precisamente che gli scolari hanno fornito un numero che nelle loro intenzioni doveva rappresentare l'età del capitano. Naturalmente sappiamo, invece che i dati non sono sufficienti per determinare tale valore.

Si tratta, in sostanza, della richiesta **inversa** rispetto a quella proposta in precedenza allo scopo di mostrare come utilizzare operativamente la relazione ricorsiva che caratterizza la distribuzione di Poisson. Riteniamo che tale approccio, ossia l'esaminare una relazione da più punti di vista, sia interessante anche in altri contesti e permetta una comprensione più **profonda** delle relazioni ottenute.

Altre interessanti situazioni da cui prendere spunto per costruire quesiti sulla distribuzione di Poisson si trovano nel testo [Wol]. Ad esempio a pagina 141 è proposto il contesto della distribuzione di malattie rare in una determinata regione.

Modalità di utilizzo dei materiali

L'esercizio guida, relativo agli errori di stampa, conviene sia discusso con gli studenti mediante una lezione partecipata.

Gli altri esercizi, invece, possono essere assegnati per il lavoro autonomo anche a casa, visto che sono completamente risolti.

Con ciò non intendiamo però sostenere che i quesiti proposti esauriscono le attività di consolidamento che ogni docente, a seconda delle esigenze didattiche e della classe, assegna agli studenti.