

1.3 Simulazione seconda prova 29 aprile 2016, Quesito 3

Tale quesito era già stato assegnato nella sessione straordinaria italiana di settembre 2015 e nella sessione ordinaria 2015, scuole italiane all'estero, Americhe. Il punto b) è stato leggermente modificato.

Durante il picco massimo di un'epidemia di influenza, il 15% della popolazione è a casa ammalato:

- a) qual è la probabilità che in una classe di 20 alunni ce ne siano più di due assenti per influenza?
- b) descrivi le operazioni da compiere per determinare la probabilità che, se l'intera scuola ha 500 alunni, ce ne siano più di 50 influenzati.

Risoluzione

- a) Decidiamo di modellizzare la situazione mediante lo schema delle prove ripetute. Per farlo assumiamo che lo stato di salute di ogni alunno sia *indipendente* da quello dei compagni⁴. Dal testo deduciamo:

- numero di prove $n = 20$
- probabilità che l'alunno si ammali $p = 0,15$.

Vogliamo calcolare la probabilità dell'evento *vi sono più di 2 assenti per malattia* e per farlo osserviamo che conviene passare all'evento complementare *vi sono al massimo 2 assenti per malattia*. Se indichiamo con A il numero di assenti per malattia, si deduce che

$$P(A > 2) = 1 - P(A \leq 2)$$

Osserviamo inoltre che si può esprimere l'evento $A \leq 2$ con *vi sono 0 influenzati, oppure c'è 1 influenzato, oppure ci sono 2 influenzati*. Pertanto la probabilità richiesta nel quesito è

$$\begin{aligned} P(A > 2) &= 1 - [P(A = 0) + P(A = 1) + P(A = 2)] \\ &= 1 - (0,85^{20} + 20 \cdot 0,15 \cdot 0,85^{19} + 190 \cdot 0,15^2 \cdot 0,85^{18}) \\ &\simeq \boxed{0,5951}. \end{aligned}$$

- b) Proviamo a schematizzare la situazione mediante un modello analogo al precedente. In questo caso abbiamo:

- numero di prove $n = 500$
- probabilità che l'alunno si ammali $p = 0,15$.

Secondo tale modello la probabilità dell'evento *vi sono più di 50 ammalati* è:

$$\begin{aligned} P(A > 50) &= 1 - P(A \leq 50) \\ &= 1 - [P(A = 0) + P(A = 1) + \dots + P(A = 50)] \end{aligned}$$

Il calcolo di tale espressione è articolato anche disponendo di una normale calcolatrice. In ogni caso, ai fini del quesito, la scrittura di tale espressione è sufficiente per descrivere i passi da compiere per determinare la probabilità richiesta. Eventualmente si può ricorrere ad un calcolatore allo scopo di avere il valore esatto.

⁴Si tratta di un'assunzione per semplificare il modello. È solo una prima approssimazione e potrebbe non essere valida nella realtà.