

2 Una famiglia di funzioni: aspetti analitici

Cosa. Appurata la loro significatività, esaminiamo ora la famiglia di funzioni il cui grafico è la curva "a campana" e decidiamo di farlo da **due punti di vista**: investigando prima sulle loro caratteristiche analitiche e poi sulla loro interpretazione probabilistica. Naturalmente gli aspetti semantici sono strettamente legati a quelli analitici, ma riteniamo sia più efficace esaminarli solo in un secondo momento, per dar modo anche agli studenti più fragili di dedurli consapevolmente.

Come. Le attività del paragrafo, ad eccezione della ricerca dei flessi, possono essere proposti già nella classe quarta ed eventualmente richiamate in quinta mediante un lavoro improntato ad una maggior autonomia dello studente. Non si tratta solamente di organizzare i tempi in modo più proficuo, ma di permettere agli studenti della classe quinta di concentrare l'attenzione sugli aspetti interpretativi, svincolandosi dalle questioni più strettamente analitiche.

2.1 Prime esplorazioni -attività-

Cosa. L'attività richiede agli studenti di disegnare alcuni grafici della famiglia di funzioni in esame. Si tratta di un opportuno passo intermedio per acquisire confidenza con tali oggetti matematici prima di passare a investigare sul significato geometrico dei parametri. Il lavoro è arricchito dalla possibilità di utilizzare un file Geogebra che permette di visualizzare i grafici delle funzioni considerate.

Come. Il software, però, dovrebbe essere utilizzato solo in un secondo momento, come strumento di **controllo**. Infatti riteniamo che, in questa fase, il **lavoro su carta** sia insostituibile per maturare piena consapevolezza sull'andamento del grafico, a differenza del software, che compie varie operazioni in automatico. Anzi, proprio l'abilità prima sviluppata su carta permette poi di apprezzare i grafici che si ottengono con Geogebra e di interpretarli in modo critico.

E, a proposito di grafici, suggeriamo caldamente che la costruzione non venga condotta seguendo pedissequamente lo schema per lo studio di funzione che propone ogni libro di testo: non vogliamo diventi la "ricetta" da seguire indiscriminatamente in ogni situazione, ma propendiamo per ricorrere alle **trasformazioni di grafici** a partire dal grafico della funzione $g(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$. In più, è importante che lo studente sappia leggere le trasformazioni da applicare *direttamente* dall'espressione analitica della funzione. È per questo che nella risoluzione abbiamo scritto esplicitamente f in funzione di g , solo in un secondo momento. Dunque in sintesi, ancora una volta: prima l'idea e poi la formalizzazione. Infine, osserviamo che il grafico qualitativo della funzione g si può dedurre in modo davvero istruttivo da quello di $e^{-|x|}$.

Uso. Il materiale è proposto nella forma di attività guidata: alla richiesta fanno seguito i suggerimenti, le indicazioni per l'uso del file Geogebra [GraficiNormale.ggb](#) e infine la risoluzione. In questo modo lo studente può lavorare autonomamente, anche a casa.

2.2 Caratteristiche analitiche delle funzioni -attività-

Cosa. Mediante questa attività vogliamo scoprire (e giustificare) alcune proprietà della famiglia di funzioni f . Tra le possibili, abbiamo scelto di analizzare quelle di cui lo studente

dovrebbe **disporre in modo immediato** lungo tutto il percorso.

Come. La ricerca del massimo si può condurre senza ricorrere alle derivate (che restano comunque un utile strumento di controllo). È bene indirizzare gli studenti verso tale approccio per scongiurare il rischio che identifichino lo strumento con il concetto. Ossia identifichino la ricerca dei massimi con la derivata prima e, dunque, anche la loro esistenza con l'esistenza della derivata.

In sostanza vorremmo che gli studenti, opportunamente guidati, riuscissero a leggere il massimo e la simmetria *direttamente* (o quasi) dall'espressione analitica della funzione.

Altrettanto significativo è però il passo successivo che si deve compiere: **giustificare le congetture** prima formulate. Certo tale operazione è delicata quando svincolata, come nella situazione in esame, dal puro calcolo; ma, d'altra parte, è una competenza importante da sviluppare, come attestano le Linee guida della provincia di Trento [2].

Nel delicato passaggio da una metodologia più intuitiva alla formalizzazione astratta propria del linguaggio matematico, si ridurrà gradualmente l'appello all'intuizione, cercando di far maturare il gusto per il raggiungimento della coerenza formale [...].

Naturalmente, il livello di formalizzazione che adottiamo nella risoluzione è solo uno dei livelli possibili.

Uso. Questo materiale è strutturato nella forma di attività guidata secondo lo schema suggerimento e risoluzione. In particolare, può risultare utile investigare in un primo momento le questioni su esempi e poi passare al caso generale.

2.3 Significato geometrico dei parametri -attività-

Cosa. L'attività è improntata all'investigazione del significato geometrico dei parametri μ e σ della famiglia di funzioni. Si tratta della prima vera **esplorazione** del percorso e mediante essa gli studenti hanno modo di **costruire** un proprio **significato** per tali oggetti matematici. Questo aspetto è rilevante al punto da costituire uno dei criteri sottesi all'intero percorso.

Come. Per attuare l'esplorazione, i ragazzi hanno a disposizione un file Geogebra che viene qui usato non come semplice strumento di controllo, ma come supporto essenziale per condurre l'attività. Il software Geogebra si presta bene a questo compito, in quanto, mediante l'uso degli slider, permette di **visualizzare in modo dinamico** come cambiano i grafici al variare dei parametri.

Attenzione però: l'esame dei grafici dovrebbe costituire solo il punto di partenza di un processo che conduce gradualmente lo studente a visualizzare il significato geometrico di un parametro *direttamente* dall'espressione analitica della funzione. Questo è in definitiva il vero ambizioso obiettivo dell'attività ed è ancora una volta legato all'interpretazione e al passaggio da un registro rappresentativo all'altro.

Uso. Il materiale è pensato come attività guidata in cui lo studente lavora col supporto del file Geogebra [ParametriNormale.ggb](#).

non sono di facile comprensione e andrebbero contestualizzati.

2.4 Conclusioni

Uso. Se i tempi fossero ristretti, l'attività (come del resto le altre proposte nel percorso) si presta ad essere ridotta alla sola discussione delle conclusioni, nella modalità di lezione partecipata: il riferimento è in tal caso costituito dai contenuti evidenziati nel riquadro finale.