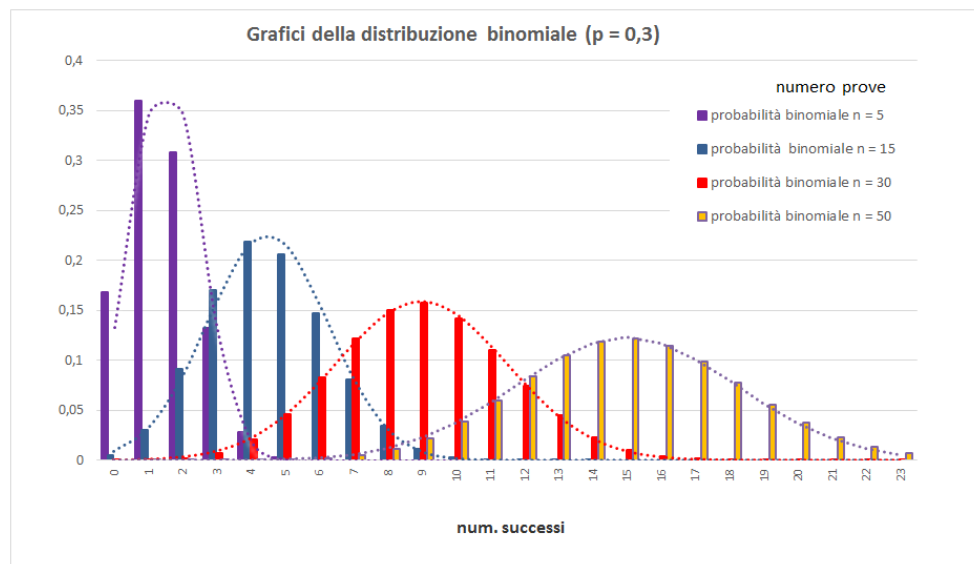
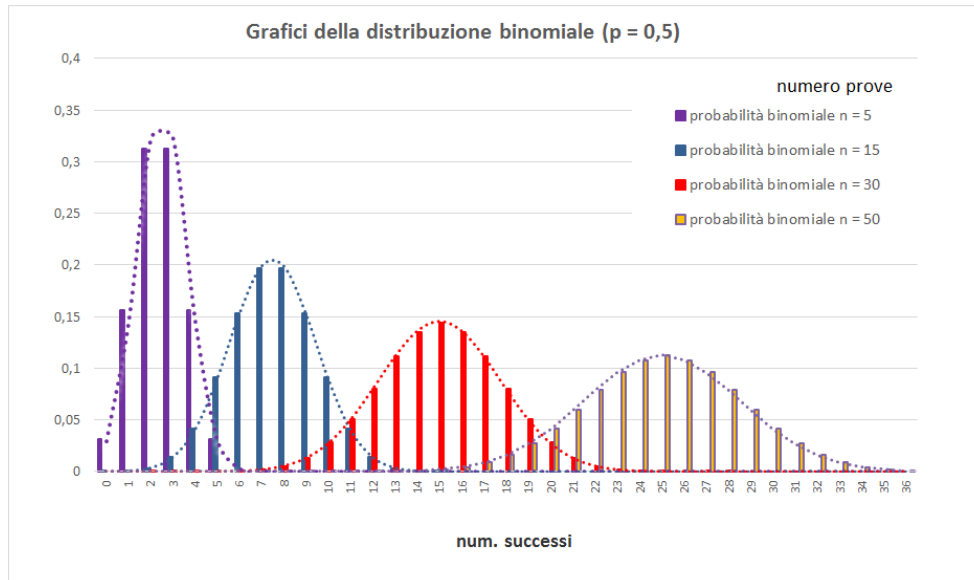


1.3 Un nuovo modello: verso il TLC

L'idea

Per comprendere come risolvere il problema, seguiamo un *approccio grafico*, cioè esaminiamo i grafici della distribuzione binomiale per p fissato (dove p è la probabilità di successo della prova) al crescere del numero n di prove.



- le figure suggeriscono che il grafico della distribuzione binomiale si può *approssimare* mediante una curva che ha forma di "campana"
- tale curva è⁷ il grafico della *densità* di una certa variabile aleatoria

⁷Ciò si può dimostrare formalmente, come vedremo nel paragrafo 3.1.

- e i calcoli con la "nuova" distribuzione sono *più semplici*

Pertanto:

cercheremo di approssimare la binomiale mediante la distribuzione che resta definita dalla curva "a campana".

Un pò più precisamente

In effetti tale approssimazione è garantita da un teorema che precisa anche il senso in cui essa debba essere intesa. La sostanza di questo teorema si può formulare in prima approssimazione nel modo seguente e verrà precisata formalmente nella sezione 7.

TEOREMA LIMITE CENTRALE - TLC (una prima formulazione)

Sia S_n la v.a. binomiale relativa ad un numero n di prove e X una opportuna v.a. la cui densità ha come grafico la curva "a campana". Per n "grande", vale l'approssimazione:

$$\mathbf{P(a \leq S_n \leq b)} \simeq \mathbf{P(a \leq X \leq b)}$$

Una nuova formulazione della questione

Possiamo allora usare il teorema appena visto per riformulare la nostra questione:

$$\textit{calcolare } P(3900 \leq F \leq 4100)$$

dove F è il numero di individui della popolazione a favore del candidato A .

Siamo partiti modellizzando F mediante una variabile aleatoria binomiale relativa a $n = 10.000$ prove.

Consideriamo ora un grafico "a campana" che approssimi il grafico di tale distribuzione binomiale e indichiamo con \mathbf{X} la v.a. la cui densità ha quella "campana" come grafico. Per il TLC la nostra questione diviene

$$\textit{calcolare } \mathbf{P(3900 \leq X \leq 4100)}$$

Nota. Questo è il nostro obiettivo; esso costituirà il filo conduttore di tutto il percorso. Vedremo, però, che sono molte le situazioni che si possono modellizzare mediante questo stesso schema. Ciò costituirà un motivo ulteriore per studiarlo a fondo.