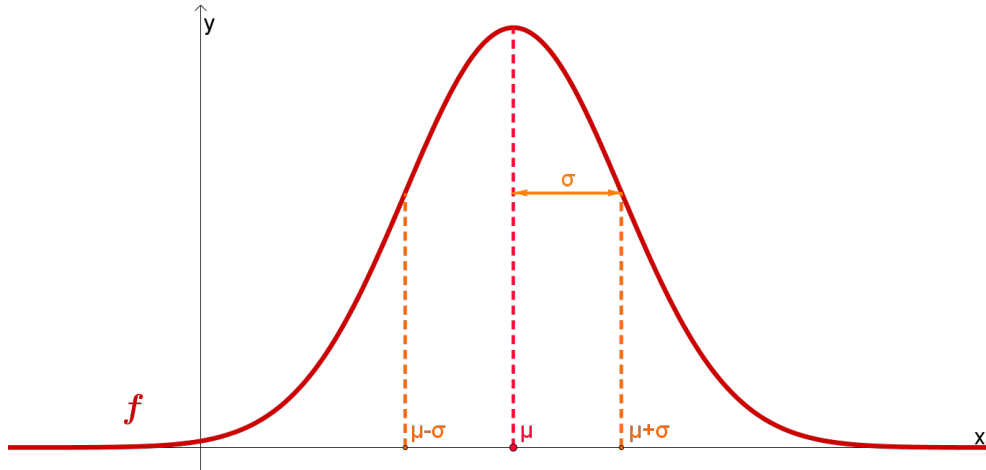


3.2 Significato probabilistico dei parametri

Per comprendere il significato probabilistico dei parametri μ e σ , iniziamo con l'esaminare l'espressione analitica e il grafico della densità:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{dove } \sigma > 0$$



Da essi deduciamo il significato geometrico dei due parametri, come visto nel paragrafo precedente (2.3).

Ora però compiamo un ulteriore passo: utilizziamo il fatto che f è una densità di *probabilità*. Queste due considerazioni¹⁵ insieme, cosa permettono di affermare sui parametri?

Intuitivamente possiamo dire che:

- μ rappresenta il "centro" della distribuzione
- σ^2 è una misura della "larghezza" della distribuzione, rispetto al "centro"

Ci *aspettiamo* dunque che:

- μ sia uguale o legato al valore atteso della v.a. normale
- σ^2 sia uguale o legato alla varianza della v.a. normale

Precisamente, mediante il calcolo integrale si può dimostrare il seguente risultato:

Proposizione. Sia X una v.a. normale, cioè una v.a. continua che ha densità

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad \text{dove } \sigma > 0$$

Allora la media di X è μ e la varianza di X è σ^2 .

Proveremo questo risultato nel caso della v.a. normale di parametri $\mu = 0$ e $\sigma^2 = 1$. Tale variabile si indica spesso con Z e si dice v.a. **normale standard**.

¹⁵Ossia il significato geometrico dei parametri e il fatto che f è una densità di probabilità.