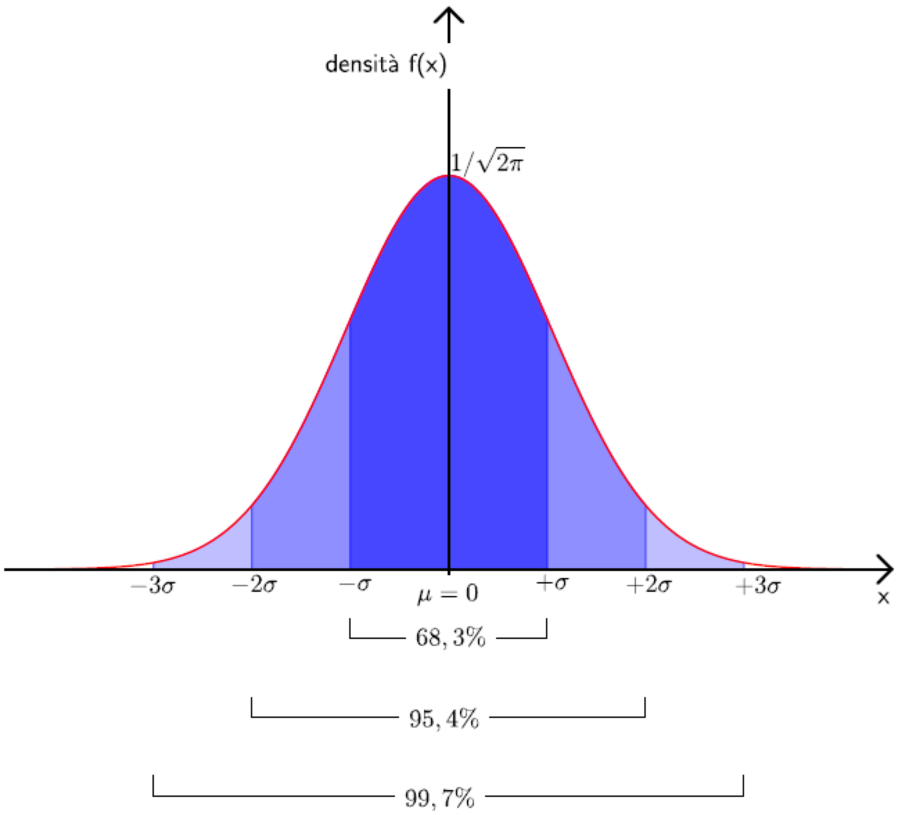
5.2 Valori di probabilità notevoli -attività-

Di solito le tavole della normale standard non riportano valori di Z superiori[23] a 4. Perché? L'attività seguente suggerirà la risposta.

Sia X una variabile aleatoria normale con parametri μ e σ^2.
Verifica che vale

$$\begin{aligned} P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) &\simeq 68,3\% \\ P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) &\simeq 95,4\% \\ P(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) &\simeq 99,7\% \\ P(\mu - 4\sigma \leq X \leq \mu + 4\sigma) &\simeq 100\% \end{aligned}$$



[23] Anzi, le tavole considerate nei video non superano il valore 3.

Risoluzione

Mostriamo per esempio[24] la prima approssimazione. Vogliamo valutare la probabilità che la variabile X si discosti dalla media μ di al più una quantità pari a σ.

Per determinare questo valore di probabilità seguiamo il procedimento mostrato nel paragrafo 4.3:

1. standardizziamo la variabile X
$$P(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) = P(-1 \leq Z \leq 1)$$
2. per la simmetria del grafico della densità normale e per le proprietà degli integrali si ha
$$P(-1 \leq Z \leq 1) = 2P(0 \leq Z \leq 1) = 2(P(Z \leq 1) - P(Z \leq 0))$$
3. ricorrendo alle tavole, otteniamo
$$2 \cdot (P(X \leq 1) - P(Z \leq 0)) \simeq 2 \cdot (0,8413 - 0,5) \simeq \boxed{0,683}$$

In conclusione, la probabilità che la v.a. normale X assuma valori tra $\mu - \sigma$ e $\mu + \sigma$ è quasi il 70%.

[24] Analogamente è possibile calcolare gli altri valori di probabilità notevoli.