

6.2 Un problema inverso: il periodo di funzionamento di un prodotto

La vita media di un tipo di dispositivo prodotto da una certa ditta ha distribuzione normale con media 61 mesi e deviazione standard 6 mesi. La ditta intende vendere il dispositivo con una garanzia: se smette di funzionare entro T mesi, verrà sostituito con uno nuovo.

Se la ditta vuole contenere entro il 2% la probabilità di sostituzione del prodotto, quale periodo di garanzia T può proporre?

Indichiamo con X la variabile aleatoria che rappresenta la vita media del dispositivo. Per ipotesi essa ha distribuzione normale con parametri $\mu = 61$ mesi e $\sigma = 6$ mesi.

1. Operiamo prima sulla v.a. normale standard Z , in modo da poter ricorrere alle tavole della distribuzione di probabilità. In termini della v.a. Z , la richiesta del quesito si traduce nel chiedere *per quale valore $k < 0$ di Z si ha*

$$P(Z \leq k) = 0,02$$

Però le tavole forniscono valori approssimati di probabilità del tipo $P(Z \leq k)$ solo per $k > 0$. Pertanto:

- cercheremo sulle tavole una approssimazione del valore k^+ tale che

$$P(Z \leq k^+) = 0,98$$

- il valore $k < 0$ richiesto sarà

$$k = -k^+$$

Ora, per $k^+ = 2,05$ le tavole forniscono il valore di probabilità 0,97982. Dunque $k = -2,05$ e possiamo dire che

$$P(Z \leq -2,05) \simeq 0,02$$

2. Per concludere basta esprimere il risultato ottenuto in termini della v.a. X : al valore $z = -2,05$ corrisponde il valore

$$x = \mu + \sigma z = 61 - 6 \cdot 2,05 = 48,7 \text{ mesi}$$

Ciò comporta che

$$P(X \leq 48,7) \simeq 0,02$$

Possiamo così concludere che il dispositivo smetterà di funzionare entro il tempo

$$\boxed{T = 48 \text{ mesi}}$$

con una probabilità minore del 2%. Perciò sono 48 i mesi di garanzia che la ditta può proporre stando nei limiti desiderati.